

DẠY HỌC THỐNG KÊ Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG VÀ VẤN ĐỀ NÂNG CAO NĂNG LỰC HIỂU BIẾT TOÁN CHO HỌC SINH

LÊ THỊ HOÀI CHÂU*

TÓM TẮT

Bài báo này làm rõ khái niệm hiểu biết toán, một khái niệm cần thiết cho việc xác định mục đích dạy học toán – điều tưởng như đã rõ, không có gì phải bàn luận, nhưng thực tế lại cho thấy có nhiều vấn đề đang được đặt ra. Dạy học mô hình hóa là một cách thức để nâng cao năng lực hiểu biết toán cho HS. Các khái niệm mô hình hóa, dạy học mô hình hóa, dạy học bằng mô hình hóa sẽ được giải thích rõ trong bài báo. Một ví dụ về dạy học thống kê được đưa ra minh họa cho hình thức dạy học mô hình hóa và bằng mô hình hóa với mục đích giúp HS nắm được nghĩa của tri thức cần dạy và biết sử dụng chúng vào giải quyết các vấn đề của thực tiễn.

ABSTRACT

Teaching statistics in secondary high schools and the issue of enhancing mathematics ability for students

This article clarifies the concept of "math understanding", an important concept to identify the purposes in math teaching - that seems to be very clear, without any debates; but many problems are raised in reality. Modeling teaching is a measure to enhance math ability for students. The concepts of "Modeling", "Modeling teaching", "Model based teaching" will be explored in the article. An example of statistics teaching is used to demonstrate modeling teaching in order to help students understand the meaning of contents to be taught and know how to use them to solve practical problems.

Về mục đích của dạy học (DH) toán, mọi nền giáo dục đều thừa nhận là phải mang lại cho học sinh (HS) những kiến thức phổ thông, những kỹ năng cơ bản của người lao động, qua đó giúp họ rèn luyện tư duy logic, phát triển năng lực sáng tạo, góp phần hình thành thế giới quan và nhân sinh quan đúng đắn.

Vấn đề là cụ thể hóa mục đích ấy như thế nào.

Cuộc cải cách toán học hiện đại vào những năm 70 của thế kỷ trước chủ trương

quán triệt phương pháp tiên đề, lý thuyết tập hợp và ánh xạ trong DH toán ngay từ bậc phổ thông. Nhưng người ta đã nhanh chóng nhận ra thất bại của cuộc cải cách này, mà một trong những nguyên nhân nằm ở chỗ toán học được trình bày như vậy là thứ toán học hình thức, xa lạ với thực tiễn và HS không thể dùng được vào việc giải quyết những vấn đề nảy sinh từ cuộc sống hay các khoa học khác. Ấy thế mà đại đa số HS sau khi rời ghế nhà trường phổ thông sẽ là **người sử dụng toán** chứ không phải là **người làm toán** (hiểu theo nghĩa nghiên cứu toán, đóng

* PGS TS, Khoa Toán - Tin học
Trường Đại học Sư phạm TP HCM

góp vào sự phát triển của các lý thuyết toán).

Những cuộc cải cách thực hiện sau đó chuyển sang xu hướng làm cho toán học dạy trong nhà trường gần với cuộc sống hơn. Ngày nay, bàn về mục tiêu giáo dục, quan điểm được thừa nhận rộng rãi là phải chuẩn bị cho người học **khả năng áp dụng kiến thức một cách linh hoạt** vào các bối cảnh và các vấn đề mới, **hình thành thói quen tự học và học tập suốt đời**. Quan điểm này đã dẫn người ta đến chỗ thay đổi hình thức và tiêu chuẩn đánh giá HS. Khái niệm **hiểu biết toán** được hình thành từ đó.

1. Hiểu biết toán

Đã có những chương trình đánh giá HS quốc tế với mục đích không ngừng cải thiện chất lượng đào tạo của các quốc gia tham gia khảo sát. PISA (Programme for International Student Assessment) do tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế - gọi tắt là OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) tiến hành là một trong những chương trình đó. OECD được thành lập năm 1997, có nhiệm vụ đánh giá việc chuẩn bị cho HS tuổi mười lăm đáp ứng với những thách thức của xã hội ngày nay.

Người ta đánh giá cái gì ?

Theo truyền thống, ở Việt Nam, việc đánh giá HS chủ yếu dựa trên các bài kiểm tra, các kỳ thi, được phân thành hai cấp độ. Ở “cấp độ cao” (như kỳ thi HS giỏi), người ta coi trọng việc đánh giá năng lực tư duy logic, sáng tạo của HS, thông qua việc yêu cầu họ giải một số **bài toán khó**. Ở cấp độ “đại trà”, nội dung

đánh giá đa phần tập trung vào những yêu cầu về **ghi nhớ hay áp dụng kiến thức, kỹ năng đã được rèn luyện và vận dụng các quy trình quen thuộc** để giải quyết một số **bài toán toán học tiêu biểu thường gặp trong sách giáo khoa và lớp học**. Những bài toán toán học tiêu biểu này, dù ở cấp độ “đại trà”, ít khi được hình thành từ một vấn đề của thực tế. Chẳng hạn, theo quan điểm này thì gần với nội dung “khảo sát hàm số” dạy ở cuối bậc Trung học phổ thông, người ta chỉ tập trung rèn luyện và đánh giá kỹ năng khảo sát hàm số (cho sẵn dưới dạng một biểu thức giải tích) bằng công cụ đạo hàm. Dường như HS không hề được yêu cầu giải quyết một vấn đề của thực tiễn hay của khoa học khác (như Vật lý chẳng hạn) trong đó nhu cầu vận dụng các kiến thức đã học về khảo sát hàm số nảy sinh. Cách dạy, cách đánh giá ấy khiến không ít HS băn khoăn, không hiểu mình học “khảo sát hàm số” để làm gì.

Xu thế chung mà các nền giáo dục toán tiên tiến trên thế giới đang hướng tới không còn coi trọng cách đánh giá này. Chẳng hạn, đối với chương trình PISA, người ta tập trung vào những việc mà HS 15 tuổi cần phải làm trong tương lai và tìm hiểu những gì các em có thể làm được trên cơ sở những gì đã học được. Người ta không chỉ đánh giá kiến thức mà còn xem xét khả năng của HS trong việc áp dụng kiến thức và kinh nghiệm của mình vào giải quyết những **vấn đề thực tế** (chứ không phải là **bài toán toán học tiêu biểu thường gặp trong sách giáo khoa**). Cụ thể hơn, đánh giá PISA chú trọng vào **khả năng sử dụng các kiến thức**

đã học vào thực tế và năng lực xử lý các tình huống mà các em có thể sẽ đối mặt trong cuộc sống sau khi rời ghế nhà trường.

Theo quan điểm này, PISA xem *hiểu biết toán* là một trong những lĩnh vực cần đánh giá.

Hiểu biết toán là gì ?

Các chuyên gia đánh giá của OECD/PISA định nghĩa:

“Hiểu biết toán là năng lực của một cá nhân, cho phép xác định và hiểu vai trò của toán học trong cuộc sống, đưa ra những phán xét có cơ sở và gắn kết với toán học theo những cách khác nhau nhằm đáp ứng nhu cầu cuộc sống của cá nhân đó với tư cách là một công dân có tinh thần xây dựng, biết quan tâm và biết phản ánh.” ([5], tr. 24).

Như vậy, thuật ngữ *hiểu biết toán* được dùng để nói về năng lực kết hợp một cách sáng tạo những kiến thức và kỹ năng toán học khác nhau vào các sự kiện, các vấn đề được đặt ra bởi tình huống thực tế đa dạng bên ngoài. Tình huống ấy có thể là quen thuộc hoặc không, có thể đơn giản hay phức tạp. Dĩ nhiên, để kết hợp được như vậy thì tiền đề là phải có những kiến thức và kỹ năng toán học nền tảng. Nhưng hiểu biết toán không chỉ là có các kiến thức và kỹ năng ấy. Định nghĩa về hiểu biết toán bao gồm việc sử dụng toán học trong thực tế cũng như sự chuẩn bị cho việc học xa hơn.

Định nghĩa trên về *hiểu biết toán* phù hợp với quan điểm dạy học tích hợp mà người ta thường nói đến từ vài thập niên qua, theo đó, việc dạy học các môn khoa học phải xích lại gần nhau và gắn

với thực tiễn. Những chương trình cũng như những kiểu dạy học thiên về kiến thức hàn lâm, xa rời thực tiễn đang dần dần bị loại bỏ.

Dưới đây là vài ví dụ đã được PISA sử dụng khi đánh giá năng lực hiểu biết toán của HS tuổi mười lăm.

Ví dụ 1: Đèn đường

“Hội đồng thành phố quyết định dựng một cây đèn đường trong một công viên nhỏ hình tam giác sao cho nó chiếu sáng toàn bộ công viên.

Người ta nên đặt nó ở đâu ?” [5, tr. 26]

Ví dụ 2: Tài khoản tiết kiệm

“1000 zed được ký gửi vào một tài khoản tiết kiệm ở ngân hàng. Có hai lựa chọn: có thể nhận lãi suất 4% hằng năm hay nhận ngay một phần thưởng 10 zed của ngân hàng và lãi suất 3% hằng năm.

Lựa chọn nào là tốt hơn sau một năm? Sau hai năm ?” [5, tr. 32]

Lưu ý rằng năm 2003 đã có 41 nước¹ tham gia chương trình đánh giá của PISA, và các bài toán dùng để đánh giá đã được xây dựng sao cho HS của các nước không phải chịu những bất lợi không công bằng. Chẳng hạn đồng tiền zed là không có thật, hay “đèn đường” thì rõ ràng không thuộc loại bài toán toán học thuần túy mà là một vấn đề thực tiễn trong đó toán học có thể mang lại công cụ để giải quyết.

Những ví dụ trên cho thấy mục tiêu cần phải nhắm đến của DH toán là hình thành khả năng vận dụng kiến thức đã học vào các tình huống của thực tiễn, ở đó không hiện diện tường minh một mô hình toán học nào.

2. Phương pháp mô hình hóa

Để vận dụng kiến thức toán học vào

việc giải quyết những tình huống thực tiễn như trên, người ta phải toán học hóa tình huống đó, tức là xây dựng một mô hình toán học thích hợp cho phép tìm câu trả lời cho tình huống. Phương pháp này gọi là phương pháp mô hình hóa toán học, mà trong phần dưới, chúng tôi sẽ nói một cách ngắn gọn là mô hình hóa.

Theo *Từ điển bách khoa toàn thư*, mô hình hóa toán học là sự giải thích toán học cho một hệ thống toán học hay ngoài toán học nhằm trả lời cho những câu hỏi mà người ta đặt ra trên hệ thống này. Quá trình mô hình hóa được mô tả qua 4 bước.

Bước 1: Xây dựng *mô hình phỏng thực tiễn* – còn được gọi là *mô hình định tính* của vấn đề, tức là xác định các yếu tố có ý nghĩa quan trọng nhất (đặc trưng cho hệ thống được xem xét) và xác lập những quy tắc phản ánh mối quan hệ giữa chúng hay những qui luật mà chúng phải tuân theo.

Bước 2: Xây dựng *mô hình toán học* cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả lại dưới dạng ngôn ngữ toán học cho mô hình định tính. Lưu ý là gắn với vấn đề cần giải quyết ban đầu có thể có nhiều mô hình toán học, tùy theo việc yếu tố nào được xem là quan trọng, mối quan hệ nào được để ý đến khi xây dựng mô hình định tính.

Bước 3: Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giải quyết bài toán hình thành ở bước hai. Ở đây, trong mô hình toán học đã thiết lập, cần phải chọn hoặc xây dựng phương pháp giải cho phù hợp.

Bước 4: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong bước ba. Trong phần này phải xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề cần giải quyết ban đầu. Để xác định mức độ phù hợp có khi phải áp dụng những phương pháp phân tích chuyên biệt nào đó gắn với vấn đề ban đầu.

Ở bước thứ tư có thể xảy ra một trong hai khả năng :

- Khả năng 1 : Mô hình và các kết quả tính toán phù hợp với thực tế.

Khi đó chỉ cần tổng kết lại cách đặt vấn đề, mô hình toán học đã thiết lập, các thuật toán đã sử dụng và kết quả thu được.

- Khả năng 2 : Mô hình và kết quả không phù hợp với thực tế.

Lúc này phải tìm nguyên nhân. Có thể đặt ra những câu hỏi về :

- Tính chính xác của lời giải toán học, các thuật toán, các quy trình, các tính toán đã thực hiện. Ở đây người ta tạm chấp nhận rằng mô hình toán học - và kéo theo là mô hình định tính, xây dựng như vậy là thỏa đáng.

- Tính thỏa đáng của mô hình toán học đã xây dựng. Lúc này người ta tạm chấp nhận mô hình định tính đã thiết lập trước đó.

- Tính hợp lý của mô hình định tính. Trong trường hợp này người ta phải xem lại cách phân tích các dữ liệu, tính đúng đắn của việc lựa chọn những yếu tố được xem là quan trọng, cách xác lập các quy tắc liên kết chúng lại với nhau.

Quy trình mô hình hóa nêu trên thừa nhận quan điểm: mỗi thực tế có thể ứng với nhiều mô hình lý thuyết mà vẫn

đề là phải xây dựng một mô hình toán học cho phép tìm một câu trả lời có thể chấp nhận được - nói là *chấp nhận được* vì thực tế không phải bao giờ cũng chỉ có một câu trả lời mà thường là tồn tại nhiều câu trả lời phù hợp với các hoàn cảnh khác nhau.

• Để minh họa cho phương pháp mô hình hóa, ta trở lại với bài toán nêu trong ví dụ 1 ở trên.

Xây dựng mô hình phỏng thực tiễn : Công viên có thể được thể hiện như là một tam giác. Vùng chiếu sáng của đèn là một hình tròn mà điểm đặt cột đèn là tâm. Vấn đề là phải *đặt cây đèn sao cho toàn bộ tam giác nằm trong hình tròn*.

Chuyển về bài toán toán học: xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác. Dùng kiến thức tâm về tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác để giải bài toán : dựng hai đường trung trực của hai cạnh tam giác. Giao điểm của hai đường trung trực là tâm của đường tròn. Chọn điểm đó làm điểm trồng cột đèn.

Liên hệ kết quả này với công viên thực tế : Chẳng hạn, nếu một trong ba góc của công viên là tù, thì lời giải này không hợp lý vì chân cột đèn sẽ nằm ra ngoài công viên. Nếu ba góc của tam giác đều nhọn thì vẫn còn phải biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác có nhỏ hơn bán kính chiếu sáng của đèn không.

Như vậy là cần phải biết hình dạng, các kích thước của tam giác và bán kính chiếu sáng của đèn. *Tìm hiểu những thông tin bổ sung này rồi lại chuyển về bài toán toán học*.

3. Dạy học mô hình hóa và dạy học bằng mô hình hóa

Để nâng cao năng lực hiểu biết toán cho HS, không thể coi nhẹ việc *dạy học cách thức xây dựng mô hình toán học để giải quyết một vấn đề nào đó do thực tiễn đặt ra*. Đối với các nhà toán học, mô hình ấy thường là chưa tồn tại, hoặc đã tồn tại nhưng không cho phép giải quyết mọi trường hợp, hay ngược lại, không mang đến lời giải tối ưu cho một lớp các trường hợp đặc biệt nào đó. Việc tìm ra mô hình mới của họ thường dẫn đến một phát minh mới (một khái niệm, một định lý mới). Đối với giáo viên, mô hình ấy đã tồn tại. Điều đó dẫn đến chỗ việc dạy học có thể được tổ chức theo hai tiến trình:

- Trình bày tri thức toán học lý thuyết (giới thiệu định nghĩa khái niệm hay định lý, công thức) → Vận dụng tri thức vào việc giải quyết các bài toán thực tiễn, ở đó phải xây dựng mô hình toán học.

- Xuất phát từ một vấn đề thực tiễn → Xây dựng mô hình toán học → Câu trả lời cho bài toán thực tiễn → Thể chế hóa tri thức cần giảng dạy bằng cách nêu định nghĩa hay định lý, công thức → Vận dụng vào giải các bài toán thực tiễn khác mà tri thức đó cho phép xây dựng một mô hình toán học phù hợp.

Tiến trình dạy học thứ nhất, gọi là *dạy học mô hình hóa*, tiết kiệm được thời gian nhưng lại làm mất đi nguồn gốc thực tiễn của các tri thức toán học, và do đó làm mất nghĩa của tri thức. Tiến trình thứ hai, bản chất là *dạy học toán thông qua dạy học mô hình hóa*, cho phép khắc phục khiếm khuyết này. Ở đây tri thức cần giảng dạy sẽ hình thành từ quá trình nghiên cứu các vấn đề thực tiễn, nảy sinh với tư cách là kết quả hay phương tiện

giải quyết vấn đề. Người ta gọi đây là **dạy học bằng mô hình hóa**. (Tham khảo [3, tr.171-172].

4. Mô hình hóa trong dạy học thống kê ở trường phổ thông: một ví dụ

Thống kê là một trong những phần hiếm hoi của chương trình phổ thông mang lại nhiều cơ hội cho dạy học mô hình hóa và đặc biệt là dạy học bằng mô hình hóa. Thậm chí, nhiều nhà nghiên cứu đã khẳng định rằng nếu không tận dụng điều đó thì chưa phải là dạy học thống kê, bởi nói đến thống kê là nói đến thực tiễn.

Nhìn lại sách giáo khoa Toán lớp 7 và Đại số lớp 10 hiện hành, ta thấy tất cả các bài toán đưa ra cho HS đều là bài toán có nội dung thực tiễn. Chúng tôi nói *có nội dung thực tiễn* là để phân biệt với “bài toán thực tiễn”. Cụ thể, những bài toán sách giáo khoa đưa vào đều gắn với một cuộc điều tra nào đó có thể xảy ra trong thực tiễn, nhưng không phải là bài toán thực tiễn, vì ở đó dữ kiện đã cho biết - không thừa, không thiếu - và hơn thế nữa, điều cần nói là vấn đề đã được phát biểu bằng ngôn ngữ toán học trong đó nhiệm vụ toán học đã được xác định rõ ràng. Chẳng hạn, người ta cung cấp một bảng số liệu rồi yêu cầu HS thực hiện một hay một số trong các nhiệm vụ sau:

- Tính số trung bình; Tìm số trung vị; ...
- Tính phương sai; Tính độ lệch chuẩn
- Lập bảng tần suất (hay tần số) ghép lớp (độ dài các lớp đều bằng nhau và đã nói rõ trong yêu cầu bài toán);

- Vẽ biểu đồ hình quạt (hay biểu đồ tần số hình cột, tần suất hình cột, đường gấp khúc tần số, ...);

Thậm chí, với cùng một bảng số liệu, có sách giáo khoa yêu cầu HS vẽ 3 loại biểu đồ (tần số hình cột, tần suất hình cột, tần suất hình quạt) nhưng lại không hề đặt ra câu hỏi mỗi biểu đồ có lợi thế gì và nên dùng trong tình huống nào.

Nếu phân tích những cuốn sách giáo khoa này theo cách tiếp cận của Thuyết Nhân học trong didactic toán (tham khảo [4]) thì mọi kiểu nhiệm vụ đề nghị cho HS đều là kiểu nhiệm vụ toán học, mà kỹ thuật giải quyết chỉ là vận dụng công thức đã học. HS không cần phải xây dựng mô hình toán học, càng không cần phải xây dựng mô hình phỏng thực tiễn, và giải xong bài toán cũng không biết dùng kết quả ấy để làm gì. Chức năng của các bài toán ấy chủ yếu là để “củng cố” công thức qua luyện tập tính toán trên các bảng dữ liệu khác nhau. Liệu điều này có thực sự cần thiết hay không: rời ghế nhà trường, đối mặt với một vấn đề của cuộc sống, người ta chỉ cần biết khi nào nên hoặc có thể dùng phương sai, còn nếu quên công thức thì giờ sách ra, thậm chí đã có những phần mềm tính thay cho họ.

Rõ ràng là những bài toán đó không giúp cho HS hiểu được nghĩa của tri thức thống kê, không rèn luyện được tư duy thống kê cho HS, ít có tác dụng bồi dưỡng năng lực hiểu biết toán cho họ.

Bài toán thực tiễn giới thiệu dưới đây đã được chúng tôi kiến thiết nhằm mục đích bổ sung cho khiếm khuyết này. Khuôn khổ có hạn của bài báo không cho

phép phân tích chi tiết nên chúng tôi chỉ giới thiệu mục đích đề ra cho từng pha của tiến trình DH.

Vấn đề đặt ra cho HS lớp 10 khi bắt đầu bước vào chương Thống kê : đánh giá chất lượng sản phẩm sữa chua của hãng X.

Việc giải quyết vấn đề được chia thành nhiều pha, mỗi pha có chức năng dẫn HS đến với một khái niệm hay một phương pháp mới của Thống kê thông qua việc tìm kiếm câu trả lời cho nhiệm vụ (viết bằng chữ nghiêng) được đặt ra. Trừ hai pha đầu tiên (thảo luận nhanh toàn lớp), tất cả các pha còn lại đều được tổ chức theo hai giai đoạn : làm việc theo nhóm, sau đó thảo luận tập thể rồi GV thể chế hóa. Pha cuối cùng thì GV chọn một nhóm báo cáo sản phẩm của mình để toàn lớp phân tích nhằm cùng tạo ra một bài thuyết trình tốt nhất.

• Pha 1: *Xác định tiêu chuẩn cần đánh giá và phương pháp làm việc.*

Pha này nhằm đến việc đưa vào khái niệm *dấu hiệu điều tra* và *phương pháp điều tra trên mẫu* bằng cách chọn *mẫu ngẫu nhiên*. Cụ thể, HS sẽ phải thống nhất là cần xem xét các tiêu chuẩn như tỉ lệ protein, các loại vitamin, tỉ lệ chất béo, đường, ... và trọng lượng công bố trên nắp hộp. Họ cũng phải đi đến chỗ thống nhất là không thể kiểm tra toàn bộ các hộp sữa chua mà phải điều tra trên một số hộp được chọn ngẫu nhiên (theo ngày, theo lô sản xuất, theo máy, v.v...).

• Pha 2:

Tình huống đặt ra : lớp chúng ta được phân công kiểm tra tiêu chuẩn về trọng lượng của các hộp sữa chua. Hình dung là có một nhóm về công tác ở nhà máy. Nhóm sẽ phân thành từng cặp hai người, một người cân rồi đọc cho người kia ghi chép số liệu.

Nhiệm vụ : *Hãy thảo luận để thống nhất với nhau cách ghi sao cho có một bảng số liệu gọn, dễ phân tích sau này.*

Vấn đề không xa lạ với HS. Chẳng hạn các em đã từng ghi số liệu khi kiểm phiếu bầu cử : trên danh sách bầu cử, đối với mỗi ứng viên ta đánh dấu một phiếu bầu cho người đó bằng một cạnh của ô vuông (tức là mỗi ô ứng với 4 phiếu bầu), hết ô vuông này lại vạch ô vuông khác, cuối cùng tính tổng số cạnh. Số tính được chính là số phiếu bầu cho người ấy và ta ghi nó ở cột bên cạnh.

Pha 2 có mục đích đưa vào khái niệm *bảng tần số*.

• Pha 3 :

Tình huống : Nhà máy X muốn tận dụng cơ hội có nhóm điều tra, nhờ nhóm đánh giá xem giữa ba dây chuyền đóng gói A, B, C mà họ đang cho chạy thử nghiệm trước khi quyết định đưa vào sử dụng, dây chuyền nào tốt hơn.

Nhóm điều tra chia làm 3, mỗi nhóm nhỏ lấy số liệu thống kê trên một dây chuyền, sau đó ghép lại thành một bảng sau:

Bảng 1 (Bảng tần số)

Trọng lượng x_i (g)	Dây chuyền A	Dây chuyền B	Dây chuyền C
43	1	1	3
44	3	1	3
45	4	2	2
46	1	0	7
47	3	1	4
47,5	4	10	7
48	5	10	10
48,5	4	9	9
49	6	10	10
49,5	19	23	8
50	13	14	7
50,5	18	21	9
51	14	23	3
51,5	15	18	2
52	12	10	4
52,5	5	3	3
53	10	2	7
54	4	1	6
55	7	2	18
N	148	161	122

Nhiệm vụ của lớp: *Phân tích bảng số liệu điều tra trên 3 dây chuyền A, B, C. Lưu ý rằng tiêu chuẩn trọng lượng đăng ký trên hộp là 50g (gam). Những hộp nặng từ 49,5g đến 50,5g được xem là đạt yêu cầu tốt về trọng lượng. Những hộp có trọng lượng sai khác không quá 2,5g so với tiêu chuẩn (50g) được xem là chấp nhận được. Nếu sai khác so với tiêu chuẩn trên 2,5g thì không chấp nhận được.*

Tổ chức: Lớp được chia thành nhiều nhóm, mỗi nhóm gồm 4-5 HS và được giao phân tích chỉ một cột số liệu. Mỗi cột số liệu sẽ được phân tích bởi ít nhất là hai nhóm, sau đó thảo luận tập thể.

Bảng số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số. Tình huống và các số liệu được chọn theo nguyên tắc :

- Kích thước mẫu khác nhau, nhằm tạo thuận lợi cho việc đưa vào khái niệm tần suất và cho phép giải thích vì sao tần suất phải viết ở dạng phần trăm.

- Cho phép đưa ra những lớp ghép không đều nhau. Điều này là cần thiết trong thống kê, bởi thông qua tình huống các lớp ghép có độ dài không bằng nhau mà người ta có thể tạo ra được bước chuyển từ đồ thị thống kê sang đồ thị hàm.

- với 3 dãy số liệu trên, số trung bình tính được là :

$$\overline{x_A} \approx 50,43; \overline{x_B} \approx 50,01; \overline{x_C} \approx 50,05$$

- một, trung vị của dãy số liệu B và C xấp xỉ nhau, nhưng có độ phân tán của dãy B nhỏ hơn độ phân tán của dãy C.

Có thể dự kiến là chiến lược đầu tiên HS đưa ra sẽ là tính trọng lượng trung bình của các hộp sữa chua do từng dây chuyền cung cấp. Kết quả cho phép đưa ra ý kiến “nên loại dây chuyền A vì trọng lượng trung bình lớn hơn tiêu

chuẩn nhiều quá, ảnh hưởng đến lợi nhuận của nhà máy”.

Tình huống cũng cho phép thu gọn bảng số liệu bằng cách đưa vào khái niệm bảng phân bố tần số ghép lớp. HS sẽ được dẫn đến chỗ chọn các lớp ghép (không đều nhau) theo cách phân loại *đạt yêu cầu tốt, chấp nhận được, không chấp nhận được* và lập nên bảng sau :

Bảng 2 (Bảng tần số ghép lớp)

Trọng lượng x_i (g)	Dây chuyền A	Dây chuyền B	Dây chuyền C
[43;47,5)	12	5	19
[47,5; 49,5)	19	39	36
[49,5; 51)	50	58	24
[51; 53)	46	54	12
[53; 55)	21	5	31
N	148	161	122

Nếu tính số trung bình theo bảng 2 thì cũng đi đến cùng kết luận ở trên : việc chọn dây chuyền A sẽ ảnh hưởng đến lợi nhuận của nhà máy.

Như vậy, pha 3 sẽ cho phép gợi lại khái niệm *số trung bình* (đã có mặt trong chương trình toán lớp 7), hình thành khái niệm *bảng phân bố tần số ghép lớp* và công thức tính số trung bình của bảng dữ liệu cho ở dạng tần số ghép lớp. Cuối pha 3, vấn đề chỉ mới được giải quyết là “nếu lấy lợi nhuận làm tiêu chí thì căn cứ vào số trung bình sẽ thấy không nên dùng dây chuyền A. Tuy nhiên, số trung bình không cho phép chỉ ra một sự khác biệt quan trọng nào về chất lượng đóng gói giữa các dây chuyền B, C.”

• **Pha 4:** Nhiệm vụ: *Tiếp tục phân tích các dãy dữ liệu về 2 dây chuyền B, C: $\bar{x}_B \approx \bar{x}_C \approx 50$, nhưng liệu tỉ lệ hộp đạt*

tiêu chuẩn tốt có bằng nhau? tỷ lệ số lượng hộp không chấp nhận được của các dây chuyền có như nhau?

Khái niệm tần suất và tần suất ghép lớp được hình thành từ việc tìm câu trả lời cho câu hỏi trên. Hơn thế, pha 4 còn cho phép làm nảy sinh các khái niệm số trung vị, một và các tham số đo độ phân tán của dãy dữ liệu.

Ở cuối pha 3 HS đã nhận ra rằng “mô hình số trung bình” không cho phép quyết định nên chọn B hay C. Điều đó đòi hỏi phải tìm kiếm một mô hình định tính khác và xây dựng mô hình toán học tương ứng với nó. Do đặc trưng của dãy số liệu đã được cố tình lấy sao cho các tham số đo độ tập trung của dãy B và C xấp xỉ nhau, “mô hình một” và “mô hình trung vị” cũng không mang lại cơ sở cho sự lựa chọn.

Quy trình mô hình hóa lại được lặp lại. Thông tin cần để ý đến lúc này là độ phân tán của dãy dữ liệu. Cuối cùng, mô hình “phương sai”, “độ lệch chuẩn” sẽ là mô hình cho phép đưa ra một kết luận thỏa đáng cho sự lựa chọn giữa B và C. Cụ thể, pha được kết thúc với kết luận nên dùng dây chuyên B. Niềm tin vào sự lựa chọn này càng được củng cố với nhận xét : dù căn cứ vào phương sai (độ lệch chuẩn) hay tần suất của lớp ghép [49,5; 51) (đạt chất lượng tốt), thì dây chuyên B đều có ưu thế hơn C.

• Pha 4 có thể được phát triển thêm với câu hỏi : nếu được phép giữ lại thêm một dây chuyên nữa thì giữa A và C có chắc chắn nên loại A không ? Rõ ràng là nếu so sánh tần suất của các lớp ghép *đạt yêu cầu tốt* và *chấp nhận được* thì chất lượng đóng gói của A tốt hơn C.

Pha này tạo ra một sự lưỡng lự trong việc lựa chọn dây chuyên cần loại. Điều này chứng tỏ câu trả lời cho một vấn đề thực tế không phải lúc nào cũng chỉ được quyết định bởi các đáp số toán học.

• **Pha 5** : Nhiệm vụ : *Hãy chuẩn bị bản báo cáo để thuyết phục giám đốc nhà máy X chọn dây chuyên B. Tìm cách biểu diễn bảng số liệu bằng hình ảnh sao cho người nghe dễ hình dung các đặc điểm của số liệu đã cho trong các bảng phân bố tần số, tần suất (có ghép lớp hoặc không).*

Pha này nhằm đưa vào các loại biểu đồ, đồng thời sử dụng các tham số đã tính được để thuyết phục giám đốc nhà máy. Việc lựa chọn loại biểu đồ phù hợp với số liệu và mục đích phân tích sẽ được đem ra thảo luận.

Phân tích sơ lược trên cho thấy chỉ với một vấn đề của thực tiễn ta có thể xây dựng được nhiều mô hình toán học khác nhau, liên quan đến hầu hết những nội dung thống kê cần dạy cho HS lớp 10. Việc giải quyết vấn đề theo định hướng DH bằng mô hình hóa như thế sẽ giúp cho HS hiểu được nghĩa của các khái niệm thống kê và bồi dưỡng năng lực hiểu biết toán cho họ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Thị Hoài Châu (2010), *Dạy học Xác suất – Thống kê ở trường phổ thông*, Đề tài nghiên cứu cấp Bộ.
2. Bùi Thế Tâm, Trần Vũ Thiệu (1998), *Các phương pháp tối ưu hóa*, Nxb Giao thông Vận tải – Hà Nội.
3. Lê Văn Tiến (2005), *Phương pháp dạy học môn toán ở trường phổ thông*, Nxb Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh
4. BESSOT Annie, COMITI Claude, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến (2009), *Những yếu tố cơ sở của didactic toán (song ngữ Việt – Pháp)*, Nxb Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh.
5. The Pisa (2003), *Assesment framework, Mathematics, reading, science and problem solving, Knowledge and skills*, Programme for international student Assesment.

¹ Con số này là 62 vào năm 2009.