CHUYỂN HÓA SƯ PHẠM KHÁI NIỆM HÀM SỐ LIÊN TỤC TRONG CHƯƠNG TRÌNH TOÁN BẬC THPT Ở HOA KỲ VÀ Ở VIỆT NAM

TRẦN ANH DŨNG *

TÓM TẮT

Trên cơ sở phân tích khoa học luận khái niệm hàm số liên tục, báo cáo trình bày một nghiên cứu về sự chuyển hóa sư phạm khái niệm này trong chương trình và sách giáo khoa ở Hoa Kỳ và ở Việt Nam.

Với quan điểm so sánh tri thức trong hệ thống dạy học khác nhau, báo cáo đã làm rõ những ràng buộc mà Yves Chevallard đã đưa ra trong lý thuyết chuyển hóa sư phạm và một vài kết luận sư phạm có ý nghĩa thực tiễn về việc thiết kế các nội dung liên quan đến khái niệm hàm số liên tục ở sách giáo khoa.

ABSTRACT

Didactic transformation of the concept of continuous functions in the secondary high school Mathematic curricula in the USA and in Vietnam

Based on epistemological analyses of the notion of continuous functions, this writing is about the research on the didactic transformations of this notion in the secondary high school mathematic curricula and the textbooks in the USA and in Vietnam.

To distinguish the differences in knowledge between the two educational systems, this writing not only clarifies the ties in Yves Chevallard's theory of didactic transformation but also presents some realistic didactic conclusions about designing the contents concerned with the notion of continuous functions in the textbooks.

1. Mở đầu

Tri thức là một nhân tố quan trọng trong hệ thống dạy học theo quan điểm của lí thuyết tình huống. Tri thức là đích đến của chủ thể học tập, đồng thời là nội dung mà thầy giáo mong muốn chuyển giao cho học sinh qua việc tạo dựng một môi trường để học sinh chiếm lĩnh được tri thức. Tuy nhiên, từ tri thức khoa học đến tri thức dạy học là một quá trình biến đổi phức tạp mà Yves Chevallard (1989) gọi nó là *sự chuyển hóa sư phạm*.

Báo cáo này trình bày một phân tích sự chuyển hóa sư phạm một đối tượng tri thức trong chương trình toán học bậc trung học phổ thông: *khái niệm hàm số liên tục (HSLT)*. Cụ thể, chúng tôi thực hiện một nghiên cứu về khái niệm này qua phân tích sách giáo khoa toán nâng cao bậc THPT ở Texas (Hoa Kỳ) và sách giáo khoa

* ThS, Trường THPT chuyên Lương Thế Vinh, Đồng Nai

toán ở Việt Nam thuộc chương trình chỉnh lí hợp nhất và chương trình toán nâng cao hiện hành.

2. Các thuật ngữ làm cơ sở cho phân tích

- Y. Chevallard phân biệt ba kiểu khái niệm khác nhau:

+ *Khái niệm "tiền toán học"* (protomathématique): đó là các khái niệm không có tên, không có định nghĩa, chúng chỉ hiện diện ngầm ẩn như một công cụ giải quyết vấn đề;

+ *Khái niệm "cận toán học"* (paramathématique): là các khái niệm có tên nhưng chưa có định nghĩa, chúng là công cụ của toán học nhưng không phải là đối tượng nghiên cứu;

+ *Khái niệm "toán học"* (mathématique): có tên, có định nghĩa, chúng vừa là đối tượng, vừa là công cụ của hoạt động toán học.

- R. Douady (1986) phân biệt ba cơ chế hoạt động khác nhau của một khái niệm toán học:

+ Cơ chế *công cụ ngầm ẩn*: khái niệm được sử dụng ngầm ẩn bởi chủ thể và chủ thể không thể trình bày hay giải thích việc sử dụng này;

+ Cơ chế *công cụ tường minh*: khái niệm được vận dụng bởi chủ thể và chủ thể có thể trình bày, giải thích việc sử dụng chúng;

+ Cơ chế *đối tượng*: khi nó là đối tượng được nghiên cứu của toán học.[5]

- *Tiếp cận tổng thể, tiếp cận địa phương* một khái niệm:

Tiếp cận tổng thể một khái niệm (hay khái niệm có *đặc trưng tổng thể*) khi đối tượng gắn liền với khái niệm được xét trên phương diện toàn thể chứ không trên phương diện địa phương, rời rạc. Chẳng hạn: một đường cong, một quỹ đạo, một hàm số được xét trên toàn thể một khoảng, một tập liên thông nào đó. Nếu nó được xét ở một thời điểm của quá trình hay tại một số điểm rời rạc của tập hợp số, ta nói khái niệm đó được *tiếp cận địa phương (hay có đặc trưng địa phương)*. Chẳng hạn: khái niệm đạo hàm, liên tục của hàm số tại một điểm.

- *Tiếp cận trực giác hình học, tiếp cận số* một khái niệm:

Một khái niệm được tiếp cận trực giác hình học (hay có đặc tính hình học) khi nó được xem xét, mô tả trên phương diện trực giác hình học.

Một khái niệm được tiếp cận số (được số hóa, hay có đặc tính số) khi nó được xem xét, mô tả bằng ngôn ngữ toán học.

3. Tổng hợp kết quả phân tích khoa học luận khái niệm hàm số liên tục

Theo nghiên cứu của Habiba El Bouazzaoui (1988), lịch sử hình thành và phát triển của khái niệm HSLT có thể được phân thành 3 giai đoạn chính sau đây.[9]

- ***Giai đoạn 1:*** Từ Hy Lạp cổ đại đến đầu thế kỷ XVII.

Cho đến đầu thế kỷ XVII, khái niệm hàm số vẫn còn ngầm ẩn. Nó thể hiện qua biểu diễn bằng hình vẽ và nhiều lúc qua phát biểu bằng lời. Khái niệm HSLT vì thế cũng chỉ xuất hiện ngầm ẩn qua *khái niệm liên tục* – một khái niệm hiện diện dựa trên trực giác về những **định lượng biến thiên một cách liên tục** theo thời gian như đường đi, quĩ đạo.

Cụ thể hơn, trong giai đoạn này có một quan niệm nguyên thủy (QNNT) về sự liên tục:

Khái niệm liên tục có cơ chế tiền toán học, có tính tổng thể và ngầm ẩn. Nó chưa có tên, chưa được định nghĩa và chỉ xuất hiện như một công cụ ngầm ẩn cho phép giải quyết vấn đề tính diện tích, thể tích trong phạm vi hình học. Trong phạm vi vật lí, nó tác động ngầm ẩn qua việc biểu diễn tương quan giữa vận tốc, thời gian và quãng đường. Nó luôn gắn liền với các đối tượng vật lí như đường đi, quĩ đạo.

- ***Giai đoạn 2***: Thế kỷ XVII, XVIII

Giai đoạn này bắt đầu với quan niệm hình học của Descartes (QHD), nhưng nổi trội hơn hết là quan niệm hàm số liên tục của Euler (QHE) ở thế kỉ XVIII.

Trong QHD, khái niệm HSLT có cơ chế cận toán học, được tiếp cận tổng thể và dựa trên trực giác, được sử dụng như một công cụ ngầm ẩn.

Trong khi đó, theo QHE hàm số liên tục có tính tổng thể, có cả đặc tính hình học và đặc tính số học. Quan niệm này cho thấy một sự tiến triển rõ ràng so với quan niệm hình học của Descartes và những nhà toán học cùng thời với Newton. Tuy nhiên, cũng như thời kì trước khái niệm liên tục vẫn hiện diện với cơ chế cận toán học.

- **Giai đoạn 3**: Từ thế kỷ XIX đến nay.

Trong nửa đầu thế kỷ XIX, Bolzano và Cauchy đã số hóa khái niệm HSLT: tính liên tục của hàm số được xem như một tính chất địa phương, khác quan niệm của Euler (tính liên tục gắn với đặc trưng tổng thể). Trong quan niệm số hóa của Cauchy (QSC), khái niệm hàm số liên tục đã lấy cơ chế toán học, trong khi trong quan niệm của Euler nó chỉ có cơ chế cận toán học. Đó là những bước tiến quan trọng của khái niệm hàm số liên tục trong lịch sử tiến hóa của nó.

Trong nửa cuối thế kỷ XIX, với Weierstrass và Darboux, định nghĩa tính liên tục của hàm số đã thoát khỏi những trực giác của sự chuyển động còn ngầm ẩn trong định nghĩa của Cauchy. Weierstrass và Darboux đã loại bỏ việc sử dụng khái niệm vô cùng bé trong định nghĩa tính liên tục. Bước tiến hóa này đã chuyển định nghĩa tính liên tục thành một định nghĩa hình thức. Trong quan niệm số hóa của Weirstrass (QSW), khái niệm HSLT có đặc trưng địa phương, số học, có cơ chế toán học và áp dụng đối với những hàm bất kỳ.

Trong giai đoạn này, còn xuất hiện quan niệm HSLT của Baire (QSB) dựa trên sự phân loại các hàm số với biến số thực bất kỳ.

Từ đầu thế kỷ XX, tôpô học đã xuất hiện với tư cách là một lĩnh vực toán học chuyên tìm hiểu và nghiên cứu các quan hệ liên tục trong phạm vi toán học. Khái niệm liên tục thể hiện tính chất cơ bản của không gian và thời gian. Do đó, có ý nghĩa nòng cốt cho việc nhận thức. Tôpô học có mặt trong mọi lĩnh vực toán học. Quan niệm tôpô (QT) về HSLT là quan niệm tiến hóa cao nhất cho đến nay.

Bảng tóm tắt tiến triển về đặc trưng của khái niệm liên tục và HSLT

Giai đoạn	**Hy Lạp cổ đại đến đầu thế kỷ XVII**	**Thế kỷ XVII và XVIII**		**Từ thế kỷ XIX đến nay**			
Quan niệm	**QNNT**	**QHD**	**QHE**	**QSC**	**QSW**	**QSB**	**QT**
Đại diện	Các nhà toán học Hy Lạp cổ đại	Descartes Newton Leibniz	Euler	Cauchy	Weierstrass	Baire	Hausdorff
Tổng thể hay địa phương	Tổng thể			Địa phương và Tổng thể			
Công cụ	Ngầm ẩn			Tường minh			
Phạm vi tác động	Hình học		Hình học Số học	Giải tích			Tôpô
Đối tượng gắn liền khái niệm HSLT	Đại lượng	Quỹ đạo	Đường cong, hàm số với biến số thực	Hàm số biến số thực	Hàm số tùy ý		Hàm trong không gian tôpô
Cơ chế của khái niệm HSLT	Tiền toán học	Cận toán học		Toán học			

4. Khái niệm hàm số liên tục trong một cuốn sách giáo khoa của Mỹ

Chương trình bậc THPT ở Mỹ do các cơ quan quản lí giáo dục của từng bang qui định phần khung. Ở mỗi bang, giáo viên có thể tùy chọn những bộ sách giáo khoa thích hợp để giảng dạy. Chúng tôi chỉ trình bày các khảo sát được thực hiện trên một trong các sách giáo khoa của chương trình tự chọn nâng cao ở Texas. Đó là sách giáo khoa Pre-calculus (SGK-P) của tác giả Michael Sullivan và Michael Sullivan III (Nxb Pearson Prentice Hall, 2008).

4.1. *Nội dung của SGK-P*

SGK-P được bố cục thành 13 chương và một chương ôn tập như sau [10]

Chương 1: Đồ thị	Chương 8: Tọa độ cực; vectơ
Chương 2: Hàm số và đồ thị của hàm số	Chương 9: Hình học giải tích
Chương 3: Đa thức và hàm số hữu tỷ	Chương 10: Hệ phương trình và bất phương trình

Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit	Chương 11: Dãy số; quy nạp toán học; định lý nhị thức
Chương 5: Hàm số lượng giác	Chương 12: Phép đếm và xác suất
Chương 6: Lượng giác học giải tích	Chương 13: Nhập môn giải tích: giới hạn, đạo hàm và nguyên hàm của một hàm số.
Chương 7: Ứng dụng của hàm số lượng giác	Chương ôn tập

4.2. Tiến trình xuất hiện khái niệm hàm số liên tục trong SGK-P

Khái niệm HSLT và khái niệm gián đoạn xuất hiện ở 4 thời điểm với đặc trưng, cơ chế và phạm vi tác động như sau:

Thời điểm	**Khái niệm**	**Đặc trưng & Cơ chế**	**Công cụ**	**Phạm vi tác động**
Chương 1	Hàm số liên tục	Tổng thể *Tiền toán học*	Công cụ ngầm ẩn	Đồ thị hàm số
Chương 2	Hàm số gián đoạn	Tổng thể - địa phương *Cận toán học*	Công cụ ngầm ẩn	Đồ thị hàm số cho bởi một công thức.
	Hàm số liên tục, gián đoạn, liên tục từng mảnh	Tổng thể *Cận toán học*	Công cụ ngầm ẩn	Đồ thị hàm số cho bởi nhiều công thức
Chương 3	Hàm số liên tục và gián đoạn	Tổng thể *Cận toán học*	Công cụ ngầm ẩn	Đồ thị hàm số, định lý giá trị trung gian
Chương 13	Hàm số liên tục và gián đoạn	Tổng thể - địa phương, hình học và số hóa *Toán học*	Công cụ tường minh	Đồ thị hàm số

Giải thích:

Giai đoạn công cụ ngầm ẩn:

Khái niệm HSLT xuất hiện ở chương 1 dưới cơ chế một công cụ ngầm ẩn – cơ sở cho việc vẽ đồ thị của hàm số bằng cách nối các điểm rời rạc thành một đường liền nét. Nó chưa có tên gọi và do đó chưa là đối tượng nghiên cứu của toán học. Nó có đặc trưng tổng thể vì nó gắn liền với đồ thị của một hàm số trên miền xác định của nó.

Sau đây là một số minh chứng trích dẫn từ SGK-P (các phần in nghiêng) [10].

- Chương 1, trang 12, ví dụ 3:

Cách vẽ đồ thị hàm số bằng tay với các điểm đã được đánh dấu.

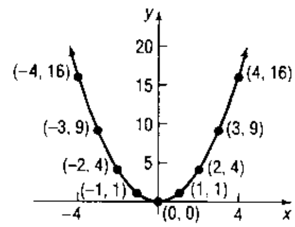
Vẽ đồ thị hàm số: $y = x^2$.

Lời giải: Bảng 1 cho một số điểm trên đồ thị. Trong hình 17, chúng ta đánh dấu các điểm và nối chúng bằng một đường cong trơn để được đồ thị hàm số (một parabol).

Table 1

x	$y = x^2$	(x; y)
−4	16	(−4, 16)
−3	9	(−3, 9)
−2	4	(−2, 4)
−1	1	(−1, 1)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)
3	9	(3, 9)
4	16	(4, 16)

Figure 17

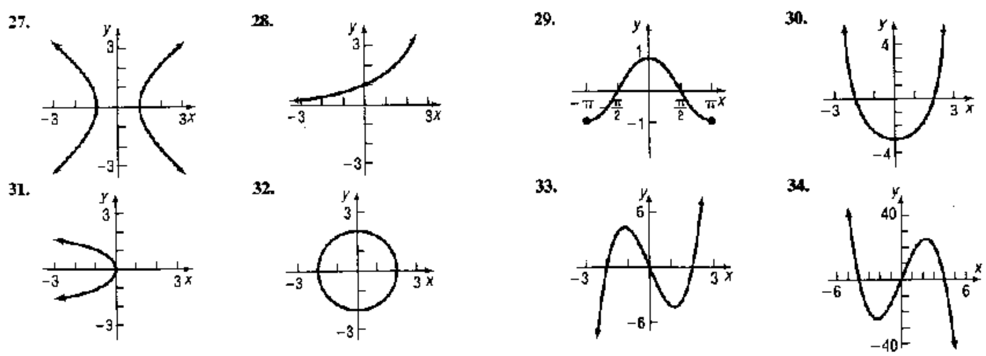


- Trong phần bài tập ở trang 22, khái niệm HSLT không chỉ xuất hiện ngầm ẩn với hàm số bậc hai mà còn với nhiều đường cong khác:

Trong các bài tập 27-34, đồ thị của một hàm số đã được cho sẵn.

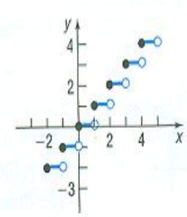
(a) Tìm giao điểm của đồ thị với các trục

(b) Xác định tính đối xứng của đồ thị qua trục hoành, trục tung hay gốc tọa độ. [trang 22, SGK-P]



Khái niệm gián đoạn cũng đã xuất hiện dưới dạng công cụ ngầm ẩn. Tuy nhiên, ta đã thấy xuất hiện tên gọi "sự gián đoạn", nghĩa là nó đã hiện diện với cơ chế cận toán học:

Figure 53
Greatest Integer Function

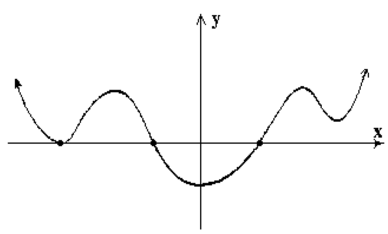


Chúng ta có được đồ thị hàm f(x) = int(x) bằng cách đánh dấu một số điểm. Xem bảng giá trị. Với giá trị x, -1≤x<0 thì f(x) = -1; với mọi x, 0≤x<1 thì f(x) = 0

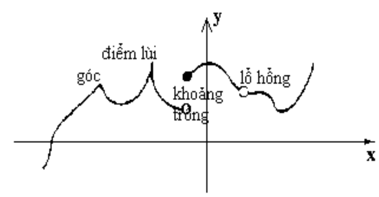
Từ đồ thị hàm phần nguyên, chúng ta thấy tại sao nó còn được gọi là hàm bậc thang. Tại các điểm x = 0; x = ± 1; x =± 2 và nhiều nữa, hàm số này xuất hiện một đặc điểm được gọi là ***sự gián đoạn****; nghĩa là tại các giá trị nguyên của biến số, đồ thị đột ngột "nhảy" từ giá trị này sang giá trị khác mà không nhận bất kỳ giá trị* *trung gian nào. Chẳng hạn, ngay gần sát bên trái điểm x = 3, các tung độ có giá trị bằng 2 và ngay gần sát bên phải điểm x = 3, giá trị các tung độ là 3.* [trang 112, chương 2]

- Khái niệm HSLT từng mảnh cùng với khái niệm HSLT một bên cũng xuất hiện như một công cụ ngầm ẩn để vẽ đồ thị hàm số được xác định bởi nhiều công thức.
- Giai đoạn mà khái niệm HSLT lấy cơ chế công cụ ngầm ẩn hiện diện trong SGK-P kéo dài đến hết chương 2 và một phần ở chương 3. Tuy nhiên, ở chương 3, mặc dù khái niệm này vẫn ở cơ chế công cụ ngầm ẩn song đã bắt đầu xuất hiện tên gọi **liên tục**. Đặc trưng liên tục được tiếp cận một cách trực giác như kiểu quan niệm hình học Descartes (QHD):

Một mục đích của phần này là khảo sát hàm đa thức. Nếu bạn nghiên cứu một giáo trình giải tích, bạn sẽ thấy đồ thị của tất cả các hàm đa thức ***đều trơn và liên tục****. Trơn có nghĩa là đồ thị không có góc hoặc điểm lùi,* ***liên tục*** *có nghĩa là đồ thị không có khoảng trống hay lổ hổng và có thể vẽ nó mà không phải nhấc viết chì lên.*



(a) Đồ thị của một hàm đa thức : trơn và liên tục



(b) Không thể là đồ thị của một hàm đa thức

[trang 171]

- Với cơ chế một công cụ ngầm ẩn đã có tên, chưa được hợp thức hóa bằng một định nghĩa, chỉ dựa vào trực giác, nhưng khái niệm HSLT đã được sử dụng như một công cụ để giải thích định lý giá trị trung gian với cách tiếp cận hình học, tổng thể.

Sử dụng Định lý giá trị trung gian

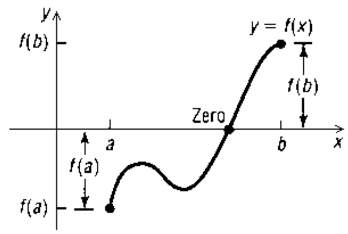
Định lý giá trị trung gian cần có điều kiện liên tục của hàm số. Mặc dù giải tích sẽ giải thích ý nghĩa một cách chính xác nhưng khái niệm hàm số liên tục rất dễ hiểu. Một cách rất cơ bản, một hàm số f là liên tục khi đồ thị của nó có thể vẽ mà không cần nhấc bút chì ra khỏi tờ giấy, nghĩa là đồ thị không có lổ hổng hay bước nhảy. Chẳng hạn, mọi hàm đa thức đều liên tục.

Định lý giá trị trung gian

f là một hàm số liên tục. Nếu a < b , f(a) và f(b) trái dấu thì f có ít nhất một nghiệm trong khoảng giữa a và b.

Dù việc chứng minh kết quả này đòi hỏi những phương pháp phức tạp trong giải tích, nhưng rất dễ thấy kết quả này là đúng. Xem hình 79.

Hình 79
Nếu f(a) < 0 và f(b) > 0 và f liên tục thì có ít nhất một nghiệm trong khoảng giữa a và b



[trang 229, SGK-P]

Giai đoạn công cụ tường minh:

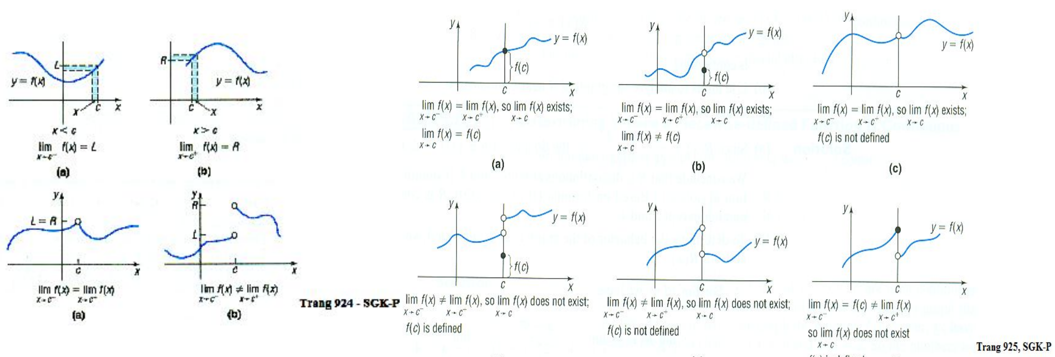
- Chương cuối cùng của SGK-P là thời điểm khái niệm HSLT lấy cơ chế là khái niệm toán học. Nó được đưa vào thông qua khái niệm giới hạn của hàm số với cách tiếp cận địa phương.

Tiến trình và cách đưa vào khái niệm này được sơ đồ hóa như sau :

Giới hạn một bên	→	Giới hạn của hàm số	→	Hàm số liên tục tại một điểm
↑		↑		↑
Tiếp cận địa phương trên phương diện số và hình học		Tiếp cận địa phương trên phương diện số và hình học		Tiếp cận địa phương trên phương diện số và hình học

- Ở thời điểm này khái niệm HSLT xuất hiện như một đối tượng nghiên cứu. Học sinh được tiếp xúc với khái niệm trước khi định nghĩa nó. Trực giác hình học vẫn đóng vai trò quan trọng. Thông qua các ghi nhận trực giác, khái niệm giới hạn một bên, khái niệm HSLT tại một điểm được hình thành theo con đường quy nạp. Các trích dẫn dưới đây trong SGK-P cho thấy vai trò đó của trực giác hình học trong tiến trình nói trên.

+ Khái niệm giới hạn một bên [trang 924, SGK-P] và khái niệm HSLT [trang 925, SGK-P]:

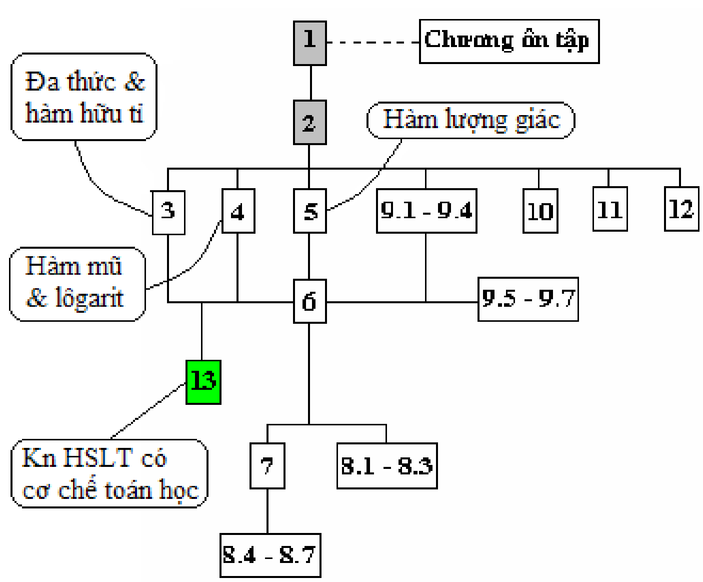


- Một ghi nhận khác: ngoài tiếp cận địa phương (liên tục tại một điểm), thể chế không đề cập đến các khái niệm liên tục trên khoảng, trên đoạn, trên nửa khoảng. Đồng thời những đặc trưng địa phương khác như liên tục bên phải, bên trái cũng không được đề cập đến. Người ta chỉ yêu cầu kiểm tra tính liên tục hay gián đoạn tại một điểm của một hàm số mà thôi. Đặc trưng tổng thể dường như được mặc nhiên công nhận mà không cần một định nghĩa. Ghi nhận này được minh họa bằng một bản tóm tắt sau đây ở trang 928 của SGK-P [10]:

Các loại hàm số: Tính liên tục

Hàm số	***Miền xác định***	***Tính chất***
Hàm đa thức	*Mọi số thực*	*Liên tục tại mọi giá trị thuộc miền xác định*
Hàm hữu tỷ $R(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$	$\{x/Q(x)\neq 0\}$	*Liên tục tại mọi giá trị thuộc miền xác định. Có lỗ trống hoặc tiệm cận đứng tại những điểm mà R không xác định.*
Hàm số mũ	*Mọi số thực*	*Liên tục tại mọi giá trị thuộc miền xác định*
Hàm lôgarit	*Mọi số thực dương*	*Liên tục tại mọi giá trị thuộc miền xác định*
Hàm số sin và cos	*Mọi số thực*	*Liên tục tại mọi giá trị thuộc miền xác định*
Hàm tan và sec	*Mọi số thực trừ các bội số lẻ của* $\frac{\pi}{2}$	*Liên tục tại mọi giá trị thuộc miền xác định. Có tiệm cận đứng tại các điểm là bội số lẻ của* $\frac{\pi}{2}$
Hàm cot và cosec	*Mọi số thực trừ các bội số* π	*Liên tục tại mọi giá trị thuộc miền xác định. Có tiệm cận đứng tại các điểm là bội số* π.

Một điều đáng lưu ý là tác giả SGK-P đã đề xuất những tiến trình giảng dạy "mềm" [10] như sau:



Theo sơ đồ này, người ta có thể chọn tiến trình dạy học khác nhau với lưu ý rằng: ở hai chương bắt buộc (chương 1 và 2) nêu trên, khái niệm HSLT chỉ xuất hiện với cơ chế tiền toán học và cận toán học.

Với những đặc trưng đó, khái niệm HSLT được sử dụng như một công cụ ngầm ẩn cho các chương tiếp theo về các hàm sơ cấp dù người giáo viên chọn một trình tự giảng dạy khác nhau theo sơ đồ trên. Như vậy, ta có thể nghiên cứu hàm số lượng giác, hàm số mũ, hàm số logarit trong khi mà khái niệm HSLT chưa chính thức được trình bày. Điều này cũng phù hợp với lịch sử, trước khi có định nghĩa số hóa của Cauchy, các nhà toán học thời trước Cauchy cũng đã giải quyết nhiều vấn đề về các hàm đa thức, hàm số mũ, lôgarit, lượng giác...Đây cũng là một ghi nhận sư phạm thú vị đối với các nhà biên soạn SGK.

5. Khái niệm hàm số liên tục trong SGK Việt Nam

Nghiên cứu được thực hiện trên hai SGK thuộc chương trình chỉnh lí hợp nhất (2000) [2] và chương trình nâng cao hiện hành. Mặc dù, có một số thay đổi về nội dung và trình tự song cách tiếp cận khái niệm HSLT trong 2 SGK này gần như không thay đổi.

Tiến trình xuất hiện khái niệm HSLT:

Khái niệm HSLT và gián đoạn của hàm số xuất hiện ở các thời điểm với đặc trưng, cơ chế và phạm vi tác động được tóm tắt như trong bảng dưới đây.

Thời điểm	**Khái niệm**	**Đặc trưng & Cơ chế**	**Công cụ**	**Phạm vi tác động**
Trước đầu HK2 lớp 11	Liên tục (ngầm ẩn và trực giác)	Tổng thể *Tiền toán học*	Công cụ ngầm ẩn	Đường cong liền nét, đồ thị hàm số. Các biểu tượng trong bảng biến thiên của hàm số. Vật lí: chuyển động
Đầu HK2 lớp 11	HSLT và gián đoạn	Tổng thể - địa phương; hình học, số hóa *Toán học*	Công cụ tường minh	Đồ thị hàm số, hàm số cho bởi nhiều công thức. Minh họa hình học định lí giá trị trung gian

Mặc dù có một số điểm tương đồng với sự xuất hiện của khái niệm HSLT trong lịch sử nhưng điểm khác biệt là trước khi khái niệm HSLT chính thức được đưa vào SGK, đối tượng đường cong liên tục chỉ xuất hiện ngầm ẩn và dường như là “tình cờ” (theo nghĩa là ngoài dự tính có chủ định của noosphère). Hơn nữa, không tồn tại những thời điểm mà khái niệm HSLT xuất hiện với cơ chế cận toán học như trong SGK nêu trên ở Mỹ, mặc dù khái niệm này có thể được khai thác để minh họa định lí giá trị trung gian một cách trực giác. Thời điểm đầu tiên khái niệm

HSLT xuất hiện cũng là thời điểm khái niệm này lấy cơ chế toán học. Bằng phương pháp truyền thống, SGK Việt Nam đã chọn đưa vào trước hết khái niệm liên tục của hàm số với mục đích hợp thức hóa tính liên tục của đường cong.

Tiến trình đưa vào khái niệm HSLT

Tiến trình này ở cả hai bộ SGK đều được thực hiện theo truyền thống, có thể được mô tả bởi sơ đồ [2] :

Giới hạn của dãy số → Giới hạn của hàm số → Hàm số liên tục

Cách tiếp cận khái niệm HSLT:

Định nghĩa hslt tại một điểm trên khoảng	→	Định nghĩa hslt trên khoảng, đoạn	→	Minh họa hình học về định lí giá trị trung gian
↑		↑		↑
Tiếp cận địa phương trên phương diện số		Tiếp cận địa phương trên phương diện số		Tiếp cận tổng thể trên phương diện hình học

6. Vài so sánh về khái niệm HSLT trong SGK Texas và Việt Nam

Phân tích SGK cho chúng ta thấy rõ những tương đồng, khác biệt với tiến trình xuất hiện trong lịch sử của khái niệm HSLT mà mỗi tác giả hay nhóm tác giả lựa chọn khi chuyển hóa tri thức này thành tri thức được giảng dạy. Trong SGK Mỹ, các quan niệm tương đồng trong lịch sử như quan niệm nguyên thủy, quan niệm hình học Descartes , quan niệm hình học Euler và quan niệm số hóa Cauchy đều hiện diện ở những thời điểm khác nhau nhưng theo trình tự lịch sử. Trong SGK Việt Nam, chỉ quan niệm nguyên thủy và quan niệm số hóa Cauchy được thể hiện, còn những quan niệm trung gian khác không được lựa chọn.

Theo Yves Chevallard trong lí thuyết chuyển hóa sư phạm, để một tri thức có thể đưa vào giảng dạy trong trường học, tri thức đó phải tuân theo một số ràng buộc nào đó và điều đó kéo theo tri thức bị biến đổi.

Những ràng buộc mà Y. Chevallard đã đưa ra (1985) là [6]*:*

- *Tính đơn nhất của tri thức (nghĩa là có thể vạch ranh giới, những tri thức bộ phận có thể được trình bày một cách độc lập);*
- *Tính phi cá nhân hóa của tri thức (nghĩa là có thể phân tách tri thức khỏi cá nhân, bỏ đi những đường đường vòng lắt léo, xóa đi thời kỳ khai thủy của tri thức);*
- *Khả năng chương trình hóa việc tiếp thu tri thức (nghĩa là khả năng lập được chương trình cho việc dạy học cũng như việc kiểm tra tri thức);*
- *Tính công khai của tri thức (nghĩa là tri thức có thể được định nghĩa một cách tường minh)*

Từ phân tích khái niệm HSLT ở SGK Mỹ và Việt Nam ở trên, chúng ta thấy để đạt được mục đích sư phạm, thỏa những ràng buộc trong quá trình chuyển hóa sư phạm, cả hai chương trình đều lựa chọn cách tiếp cận khái niệm HSLT tại một điểm thông qua khái niệm giới hạn.

Để làm rõ hơn, chúng ta trở lại những định nghĩa có cơ chế toán học, số hóa của khái niệm HSLT tại một điểm [8]

a. Định nghĩa của Cauchy: Trong chương II của *Cours d'analyse* Cauchy đã định nghĩa sự liên tục của hàm số trên một khoảng:

Khi cho biến số x một số gia cực bé α *hàm số sẽ nhận một số gia:* $f(x+\alpha)-f(x)$ *phụ thuộc đồng thời vào biến số mới* α *và giá trị của x. Một hàm số được gọi là liên tục theo x trên một khoảng đã cho nếu với mọi x thuộc khoảng đó thì số gia* $f(x+\alpha)-f(x)$ *giảm vô hạn cùng với* α*. Nói cách khác một hàm số f(x) liên tục trên một khoảng nếu trên khoảng này một số gia cực bé của biến số sinh ra một số gia cực bé của hàm số.*

b. Định nghĩa của Weierstrass:

Hàm số f(x) là liên tục trên một khoảng nếu với mọi x_0 *thuộc khoảng này và với mỗi số dương bé tuỳ ý* ε*, có thể tìm được một khoảng chứa* x_0 *sao cho với mọi giá trị x thuộc khoảng này thì hiệu* $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$.

Các dẫn chứng trên đã cho thấy khái niệm HSLT với tư cách tri thức dạy học đã được biến đổi với chủ đích sư phạm. Theo chúng tôi, mục đích ưu tiên trong sự chuyển hóa này là khả năng chương trình hóa việc tiếp thu tri thức.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Thị Hoài Châu (2006), "Đổi mới chương trình - Nội dung và Phương pháp dạy học môn Toán", *Tài liệu Bồi dưỡng thường xuyên chu kỳ 2004 - 2007,* Đại học Sư phạm TP HCM.
2. Trần Anh Dũng (2006), *Khái niệm liên tục - một nghiên cứu khoa học luận và didactic,* Luận văn Thạc sỹ, Đại học Sư phạm TP HCM.
3. Nguyễn Bá Kim (2009), *Phương pháp dạy học môn Toán,* ĐHSP Hà Nội.
4. Lê Văn Tiến (2003), "Cách nhìn mới về tiến trình dạy học khái niệm toán học", *Tạp chí Giáo dục số 64*.
5. Lê Văn Tiến (2005), *Phương pháp dạy học môn Toán ở trường phổ thông,* Nxb Đại học Quốc gia TP HCM.
6. Annie Bessot, Claude Comiti, Le Thi Hoai Chau, Le Van Tien (2009), *Éléments Fondamentaux de didactique mathématiques.*

7. Charles A. Dana Center (2006), *Mathematics in the Fourth Year of High School*, University of Texas at Austin.
8. C.H. Edwards, Jr. (1979), *The Historical Development of the Calculus,* Spinger – Velag.
9. Habiba El Bouazzaoui (1988), *Conceptions des élèves et des professeurs à propos de la notion de continuité d'une fonction*, Thèse à l'école des gradués de l'université Laval pour l'obtention du grade de philosophise doctor.
10. Michael Sullivan & Michael Sullivan III (2008), *Precalculus,* Pearson Prentice Hall.
11. TEA (2008), *Instructional Materials Current Adoption Bulletin.*
12. Y. Chevallard (1989), *On didactical transposition theory – some introductory notes.*