



ISSN: 1859-3100

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH  
**TẠP CHÍ KHOA HỌC**

KHOA HỌC GIÁO DỤC  
Tập 15, Số 1 (2018): 27-39

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION  
**JOURNAL OF SCIENCE**

EDUCATION SCIENCE  
Vol. 15, No. 1 (2018): 27-39

Email: tapchikhoahoc@hcmue.edu.vn; Website: http://tckh.hcmue.edu.vn

## **DAY HỌC PHÂN SỐ Ở TIỂU HỌC: MỘT NGHIÊN CỨU KHAI THÁC CÁC BIỂU DIỄN TRỰC QUAN**

*Lê Thị Hoài Châu<sup>\*1</sup>, Nguyễn Lâm Hồng Thắm<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Khoa Toán - Tin học – Trường Đại học Sư phạm TP Hồ Chí Minh

<sup>2</sup> Trường Tiểu học Tân Thạch A - Bến Tre

Ngày nhận bài: 26-9-2017; ngày nhận bài sửa: 17-10-2017; ngày duyệt đăng: 22-01-2018

### **TÓM TẮT**

Vì sao việc học chủ đề phân số ở trường tiểu học đặt ra nhiều vấn đề như vậy? Đây là nguồn gốc của những khó khăn mà học sinh phải đương đầu trong học tập? Làm thế nào để giúp các em vượt qua chúng? Trước hết chúng tôi làm rõ một số yếu tố trả lời cho những câu hỏi đó. Đối với câu hỏi cuối cùng, giải pháp chúng tôi đưa ra là khai thác các mô hình biểu diễn trực quan nhằm giúp học sinh hiểu nghĩa phép toán và sau đó có thể sử dụng chúng vào việc giải quyết những vấn đề được đặt ra. Thực nghiệm mà chúng tôi giới thiệu tóm tắt trong phần cuối cùng cho phép khẳng định tính thỏa đáng của giải pháp mà chúng tôi lựa chọn.

**Từ khóa:** phân số, mô hình biểu diễn, phép nhân phân số.

### **ABSTRACT**

***Teaching the fraction in primary school:  
a study aiming at exploiting models of concrete representation***

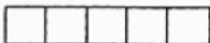

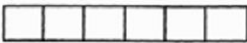

*Why is fraction learning so difficult in primary school? What are the difficulties students face in learning fractions and operations? What is the origin of these difficulties? How can fractions be taught to overcome these difficulties? At first, we tried to look for answers to these questions. To the last question, our solution consists of exploiting models of representations allowing to give the meanings of the notion of fraction as well as those of the operations. The experimental study presented briefly in the last part shows the relevance of our solution.*

**Keywords:** fraction, representation model, multiplication of fraction.

### **1. Mở đầu: khó khăn của việc học phân số ở tiểu học**

Trong những kiến thức toán dạy ở bậc tiểu học, phân số được xem như một chương ngại lớn. Để chứng tỏ việc dạy học phân số đang đặt ra nhiều vấn đề cần xem xét, nhóm các nhà nghiên cứu ở Đại học Libre- Bruxelles (2009) đã phân tích kết quả thu được qua các kì đánh giá học sinh giai đoạn 1994 - 2004 trong cộng đồng nói tiếng Pháp ở Bỉ. Chúng tôi trích dưới đây vài kết quả minh họa cho việc hiểu và sử dụng khái niệm phân số:

<sup>\*</sup> Email: chaulth@hcmup.edu.vn

<p>A. Colorie 1/5 de cette figure.</p> 	<p>B. Colorie 3/4 de cette figure</p> 
<p>C. Colorie 1/3 de cette figure.</p> 	<p>D. Colorie 3/8 de cette figure</p> 

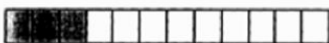
**Đề bài:**

- A. Hãy tô màu 1/5 hình vẽ
- B. Hãy tô màu 3/4 hình vẽ
- C. Hãy tô màu 1/3 hình vẽ
- D. Hãy tô màu 3/8 hình vẽ

Tỉ lệ học sinh thành công:

A: 84%; B: 71%; C: 57%; D: 47%

Quelle partie de la figure est coloriée en gris ?



Entoure la bonne réponse.

1/4      1/3      1/12      3/5

**Đề bài:**

Phần hình vẽ được tô màu xám ứng với phần nào?

Hãy khoanh tròn câu trả lời đúng.

Tỉ lệ học sinh thành công: 47%



Đây là hình vẽ của một mặt của một ngôi nhà. Thang tỉ lệ được sử dụng để biểu diễn trên hình vẽ này là 1/20. Kích thước trên thực tế của mặt nhà này là bao nhiêu? (đừng quên chỉ rõ đơn vị đo)

(Carette V. và các tác giả, 2009, tr. 9-11)

Tác giả còn đưa ra nhiều kết quả nghiên cứu khác để minh họa cho khó khăn của học sinh khi học khái niệm phân số và nhận xét :

“... để làm chủ các kiến thức cơ bản về phân số, học sinh thuộc cộng đồng nói tiếng Pháp<sup>1</sup> có nhiều khó khăn. Kết quả này cũng tương tự với những gì quan sát được ở một số nước khác, chẳng hạn như Pháp (Bolon 1997), Mĩ (Behr, Lesh, Poste & Silver, 1983) hay Cộng hòa Síp (Charalambou, 2007).”

(Carette V và các tác giả, 2009, tr. 8)

Thực tế giảng dạy ở Việt Nam cho thấy học sinh tiểu học cũng gặp những khó khăn tương tự. Chẳng hạn, nhiều học sinh cho rằng  $\frac{2}{3} = \frac{4}{5}$  (cộng 2 vào tử và mẫu của phân số thứ nhất) thay vì  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  (nhân 2 vào tử và mẫu của phân số thứ nhất). Quy tắc cộng, trừ phân số cũng được nhiều em thực hiện theo kiểu  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ ... Như vậy, rõ ràng là học sinh ở nhiều nước có những khó khăn chung trong việc hiểu khái niệm phân số, thực hiện các quy

<sup>1</sup> Ở Bỉ (ND)

tắc tính toán và sau đó sử dụng vào việc giải quyết những vấn đề của toán học hay ngoài toán học.

Câu hỏi đầu tiên chúng tôi bận tâm là *những khó khăn sinh ra từ đâu?* và *Làm thế nào để giúp trẻ vượt qua hay tránh chúng?*

## 2. Tính đa nghĩa của khái niệm phân số

Để hiểu khó khăn của học sinh, cần phải làm sáng tỏ khái niệm phân số. Tuy nhiên, đây không phải là việc dễ dàng.

Phân số dẫn ta đến với số hữu tỉ. Một số hữu tỉ tương ứng với thương của hai số nguyên, có thể được biểu diễn ở dạng phân số (ví dụ  $3/4$ ) hay dạng thập phân (0,75). Khái niệm phân số được xem là khó hiểu đối với học sinh. Theo nhiều nhà nghiên cứu, *chính tính đa nghĩa của khái niệm phân số tạo nên một khó khăn quan trọng.*

Nhiều nghĩa khác nhau có thể gán cho phân số. Kieren (1976) là người đầu tiên tách phân số thành bốn nghĩa có quan hệ gắn bó với nhau: Tỉ số, toán tử, thương, đo lường. Tác giả không xem “phân số như một phần của tổng thể” là một nghĩa riêng mà cho rằng nó được chứa đựng trong bốn nghĩa đã liệt kê. Behr, Lesh, Poste & Silver (1983) thì đề nghị một mô hình lí thuyết cho phép liên kết các nghĩa khác nhau của phân số, nhưng lại tách “phân số - một phần của tổng thể” ra một nghĩa riêng biệt. Một số tác giả khác cũng đưa ra những mô hình của riêng mình, cố gắng mô tả tính đa nghĩa của khái niệm phân số. Những mô hình này có phần trùng nhau nhưng không tương đương, trong cả việc xác định các nghĩa khác nhau lẫn mối liên hệ giữa chúng.

Dưới đây, chúng tôi kết hợp các mô hình do Nune T. & Bryant P. (1996) và Rouche N. (1998) đề nghị để đưa ra năm nghĩa chủ yếu của phân số.

- **Phân số: phần - tổng thể**

Thuật ngữ *phân số* trong tiếng Anh và tiếng Pháp đều là *fraction*, sinh ra từ gốc Latinh *fractio*, ý muốn nói là sự cắt, sự gãy. Một phần của một đối tượng bị cắt ra được biểu diễn bởi một phân số. Theo gốc từ này, phân số trước hết biểu diễn một phần của tổng thể (trong phần còn lại của bài báo, chúng tôi sẽ viết ngắn gọn là “phần – tổng thể”). Một cách trừu tượng, phân số là một số (ví dụ:  $1/2$  biểu diễn một nửa của 1). Như vậy, phân số cũng biểu diễn các số lượng. Thế nhưng, số lượng này không chỉ được tạo thành từ những giá trị nguyên (chẳng hạn, số lượng lê có thể là  $1/2$  quả, khoảng cách có thể là  $1\frac{3}{4}$  km, nghĩa là 1km và một phần của 1km nữa). Ở đây, tổng thể có thể là một yếu tố hay một tập hợp các yếu tố. Chẳng hạn: Em đã tô màu  $1/4$  hình vuông, hay  $1/4$  số bi của em có màu xanh (Hình 1).



Hình 1.

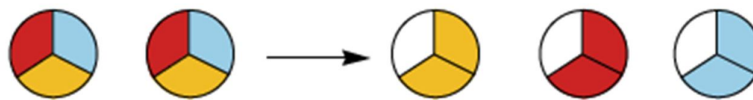
- **Phân số: kết quả của phép chia**

Phân số biểu diễn kết quả của phép chia một đại lượng thành các phần, ví dụ phép chia 2:3 được biểu diễn là  $\frac{2}{3}$ .

Trong trường hợp này, người ta nói là “hai chia cho ba” chứ không nói là “hai phần ba”. Điều đó làm phức tạp thêm cách hiểu phân số. Thế nhưng, rõ ràng là giữa “hai chia cho ba” và “hai phần ba” có một mối liên hệ, như tình huống dưới đây:

Ba người bạn chia nhau hai cái bánh pizza. Mỗi người được bao nhiêu ?

Vấn đề là chia hai cho ba, và kết quả được biểu diễn bởi  $\frac{2}{3}$ . Để tìm câu trả lời, ta có thể tưởng tượng là chia cái pizza đầu tiên, mỗi người được một phần ba. Sau đó, chia cái pizza thứ hai và thứ ba tương tự.



Cuối cùng, mỗi người nhận được “hai phần ba” cái bánh pizza.

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2008, tr.36)

- **Phân số: tỉ số**

Phân số còn được dùng để chỉ tỉ số. Các khái niệm tỉ lệ, tỉ lệ xích, phần trăm cũng được chúng tôi nhóm vào đây.

Tỉ số biểu thị sự so sánh giữa hai đại lượng có cùng bản chất, nhờ phép chia. Ta lại thấy ở đây quan hệ với phép chia. Chẳng hạn, nếu trong một nhóm có 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ thì ta nói tỉ số giữa số nam và số nữ là  $\frac{3}{4}$ . Trong trường hợp này ta có tỉ số giữa một phần của một tập hợp với một phần khác cũng của tập hợp đó. Cũng tình huống ấy, ta lại có thể nói tỉ số học sinh nam trong nhóm là  $\frac{3}{7}$ . Đây là tỉ số giữa một phần của tập hợp với toàn thể tập hợp.

- **Phân số: số đo đại lượng**

Phân số còn biểu diễn kết quả số đo một đại lượng. Đại lượng có thể là độ dài, diện tích, thể tích, vận tốc... Nếu kết quả của phép đo đó không bằng một số nguyên lần đơn vị đo thì người ta phải dùng phân số (hay số thập phân – một dạng viết khác của các phân số thập phân).

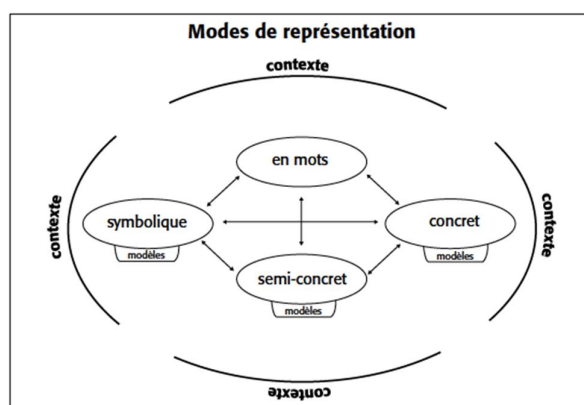
- **Phân số: toán tử**

Phân số biểu diễn toán tử của phép tính trong tình huống phải thực hiện phép nhân một số với phân số. Ví dụ: một người đã bị thua  $\frac{1}{4}$  số bi của mình, hay đã dùng 70% số tiền 500 ngàn đồng.

Nắm vững khái niệm phân số nghĩa là hiểu các nghĩa khác nhau của nó để có thể sử dụng trong những tình huống khác nhau.

### 3. Một số mô hình biểu diễn trực quan khái niệm phân số

Ngôn ngữ trong toán học rất đa dạng, không chỉ có lời nói, ngôn từ. Trong giao tiếp toán học, người ta có những mô hình cụ thể (que tính, khối lập phương...), nửa cụ thể (đường thẳng khắc vạch, hình vẽ minh họa...), kí hiệu (chữ số, chữ, các dấu phép tính...), và đương nhiên cả lời nói, với các từ (có thể nghe được, đọc được, viết được). Một đối tượng toán học có thể được biểu diễn theo nhiều cách khác nhau. Những cách thức biểu diễn này cho phép khai thác nhiều kiểu tư duy. Mỗi liên hệ giữa các cách thức biểu diễn được mô tả bằng Sơ đồ 1. Sơ đồ này cho phép khai thác nhiều con đường dẫn đến nhận thức cũng như thiết lập mối liên hệ giữa các ý tưởng mà việc học tập không thể bỏ qua. Giáo viên có thể sử dụng các cách thức khác nhau để biểu diễn một khái niệm toán học cho học sinh, và đến lượt mình thì học sinh lại sử dụng chúng để giải các bài toán hay để diễn đạt các ý tưởng của bản thân.



Sơ đồ 1<sup>2</sup>: Liên hệ giữa các cách thức biểu diễn

(Ministère l'Éducation de l'Ontario, 2008, tr.9)

Việc dạy học toán sẽ có hiệu quả hơn khi giáo viên hiểu, tận dụng được thế mạnh của mỗi cách biểu diễn và mối liên hệ giữa chúng. Điều đó đặc biệt quan trọng với dạy học toán ở tiểu học, khi mà tri thức toán học có tính trừu tượng và khái quát cao, còn tư duy của học sinh tiểu học lại phải gắn với các đối tượng cụ thể, hình tượng, có tính trực quan. Đối với các em, trí nhớ trực quan – hình tượng phát triển, chiếm ưu thế hơn trí nhớ từ ngữ - logic.

Đối với khái niệm phân số, nhiều mô hình trực quan có thể được sử dụng.

- **Mô hình diện tích**

Mô hình diện tích thuận tiện cho trường hợp biểu diễn nghĩa “phần - tổng thể” (tô hai phần ba bằng giấy) và “kết quả của phép chia” (chia hai cái bánh cho ba người). Ở bậc tiểu học, khi học về phân số người ta thường khai thác diện tích của hình tròn, hình vuông, hình

<sup>2</sup> Các từ trong Sơ đồ 1 được dịch là: *Modes de représentation*: các cách thức biểu diễn; *Contexte*: ngữ cảnh; *En mots*: bằng từ; *Modèles*: các mô hình; *Symbolique*: kí hiệu; *Concret*: cụ thể; *Semi-concret*: nửa cụ thể.

chữ nhật như một phương tiện trực quan để biểu diễn phân số. Trong cách biểu diễn này, điều quan trọng là tổng thể phải được chia thành những phần có diện tích bằng nhau.

Cần lưu ý rằng với mô hình này, có thể học sinh sẽ cho những câu trả lời sai liên quan đến khái niệm phân số bằng nhau hay vấn đề so sánh các phân số. Chẳng hạn, các em có thể cho rằng  $1/3$  (biểu diễn trên băng giấy hình chữ nhật) lớn hơn  $1/2$  (biểu diễn bằng cái bánh hình tròn). Vấn đề ở đây là các “tổng thể” khác nhau.

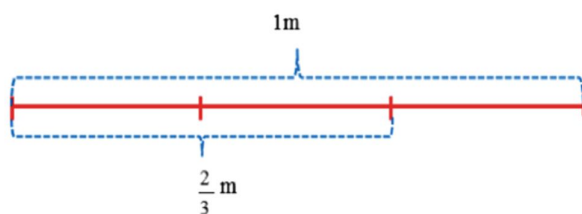
- **Mô hình độ dài**

Giống như mô hình diện tích, đoạn thẳng thuận tiện cho trường hợp biểu diễn nghĩa “phần - tổng thể”. Ngoài ra, nó còn cho phép gắn với nghĩa “số đo đại lượng”, đặc biệt là chiều dài.

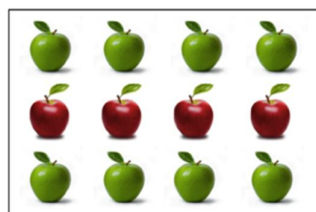
Chẳng hạn, có một sợi dây dài  $1m$ . Bạn An cắt ra  $\frac{2}{3}$  sợi dây để làm lồng đèn. Như vậy, đoạn dây cắt ra có độ dài là  $\frac{2}{3}m$ . Chúng ta có thể dùng mô hình độ dài biểu diễn phân số  $\frac{2}{3}$  như ở Hình 2.

- **Mô hình tập hợp**

Khi biểu diễn các tình huống liên quan đến phân số người ta còn có thể dùng mô hình tập hợp. Hiển nhiên, mô hình này thuận tiện khi ta cần nói đến các nghĩa “biểu thị kết quả của phép chia” và “tỉ số”. Chẳng hạn: Một rổ đựng 12 quả táo, trong đó có  $\frac{1}{3}$  táo đỏ. Chúng ta có thể dùng mô hình tập hợp biểu diễn  $\frac{1}{3}$  táo đỏ như ở Hình 3.



Hình 2



Hình 3

- **Mô hình tia số**

Tia số (và mặt phẳng số) là một sáng tạo của các nhà toán học để biểu diễn các số. Mô hình này thuận lợi cho việc biểu diễn các nghĩa “phần - tổng thể”, “kết quả phép chia”, “tỉ số”, “số đo đại lượng” (đặc biệt là chiều dài).

Ngoài ra, mô hình tia số có ba lợi thế quan trọng. Thứ nhất, nó mang lại một kĩ thuật để so sánh hai phân số; phân số nào càng gần gốc tọa độ  $O$  thì càng nhỏ và ngược lại. Thứ hai, nó là cái giá quan trọng mang lại thông tin về khái niệm phân số bằng nhau: các phân số bằng nhau đều có chung một điểm biểu diễn. Thứ ba, nó cho phép chuyển từ phân số gắn với những tình huống cụ thể sang phân số với tư cách là một hư số. Nói cách khác, nó cho phép tách khái niệm phân số khỏi đơn vị cụ thể để chuyển sang đơn vị trừu tượng (mọi

đơn vị bây giờ đều được biểu diễn bởi đoạn thẳng đơn vị). Lúc này thì sai lầm kiểu so sánh  $\frac{1}{3}$  bằng giấy hình chữ nhật với  $\frac{1}{2}$  cái bánh hình tròn khó mà xảy ra.

Lưu ý rằng, tiếp theo các mô hình trực quan dùng để biểu diễn tình huống, điều quan trọng là học sinh phải chuyển được qua việc sử dụng từ ngữ và kí hiệu để nói về tình huống ấy.

#### 4. Khai thác các mô hình biểu diễn trong dạy học phép nhân phân số

Khái niệm phân số có nhiều nghĩa khác nhau, kéo theo việc hiểu nghĩa các phép toán phân số không phải là dễ dàng đối với học sinh tiểu học. Chính điều này là nguyên nhân của những sai lầm liên quan đến việc sử dụng các quy tắc tính toán (được dạy theo kiểu algorithmic – thuật toán) và vận dụng vào giải toán. Để thiết kế tình huống dạy học giúp học sinh vượt qua khó khăn, ta phải xuất phát từ nghĩa của phép toán cần dạy. Trong khuôn khổ có hạn của bài báo, chúng tôi chỉ bàn đến việc sử dụng các mô hình trực quan nhằm giúp học sinh hiểu nghĩa của các phép toán nhân phân số. Đối với các phép toán cộng, trừ, chúng tôi chỉ muốn nhấn mạnh hai điểm: thứ nhất, để xây dựng các phép toán này thì con đường tiếp cận xuất phát từ nghĩa “phần – tổng thể” mang lại nhiều thuận lợi. Thứ hai, chính vì điểm thứ nhất mà các mô hình diện tích, đoạn thẳng mang lại nhiều ưu thế cho việc mô tả tình huống. Cách tiếp cận phép cộng như thế có thể được khai thác để mang lại nghĩa cho phép nhân số tự nhiên với phân số, nhưng không khai thác được cho trường hợp nhân hai phân số. Phép toán chia thì phức tạp hơn, vì nó đòi hỏi học sinh phải hiểu được vì sao “chia cho một phân số thì chuyển về nhân với phân số đảo ngược”.

Như vậy, đối với các phép toán nhân, chia phân số thì nhiều mô hình cần phải được khai thác một cách hợp lí. Điều quan trọng là giáo viên (sau đó là học sinh) biết chọn mô hình phù hợp với tình huống và hiểu được lợi thế cũng như hạn chế của mỗi loại mô hình.

##### 4.1. Nghĩa của phép nhân và những mô hình phù hợp

Trong phép nhân hai số tự nhiên,  $a \times b$  được hiểu là phép cộng lặp lại. Cách hiểu này vẫn được mở rộng cho trường hợp nhân số tự nhiên với phân số. Chẳng hạn,  $8 \times \frac{1}{4}$  có thể hiểu như 8 lần  $\frac{1}{4}$ , nghĩa là:

$$8 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4}$$

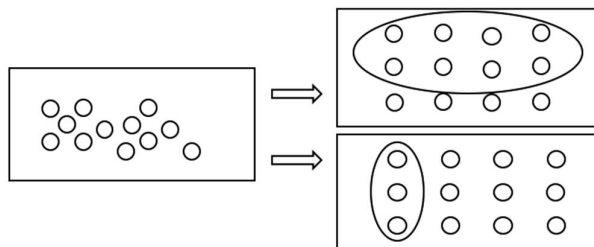
Vì lúc này phép nhân được hiểu theo nghĩa cộng lặp lại nên mô hình diện tích hay đoạn thẳng vẫn có thể dùng để biểu diễn kết quả (ví dụ như ở Hình 4).



Hình 4

Nhưng khi tính chất giao hoán của phép nhân phân số chưa được nghiên cứu thì mô hình diện tích khó mà đưa lại nghĩa cho phép nhân một phân số với một số tự nhiên, chẳng hạn như  $\frac{1}{2} \times 6$ . Trong thực tế, phép toán này biểu thị  $\frac{1}{2}$  của 6. Như đã phân tích trên, về bản

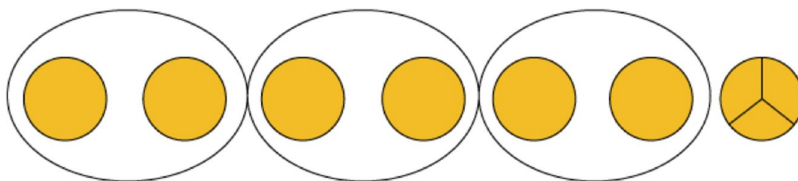
chất thì ở đây phân số  $\frac{1}{2}$  lấy nghĩa “toán tử”. Lúc này mô hình tập hợp lại thuận tiện hơn cho việc hiểu nghĩa của phép toán. Chẳng hạn Hình 5 biểu diễn cho tình huống: An có 12 viên bi,  $\frac{1}{4}$  trong số đó là bi đỏ,  $\frac{2}{3}$  là bi xanh. Hỏi An có bao nhiêu bi đỏ? Bao nhiêu bi xanh? Trong tình huống này phép toán cần thực hiện là  $\frac{1}{4} \times 12$  và  $\frac{2}{3} \times 12$ . Mẫu số cho biết số phần bằng nhau cần phải chia ra từ tập hợp các đối tượng đã cho, còn tử số là số phần phải lấy ra.



Hình 5

Đó là những tình huống khởi đầu khi học phép nhân phân số với số tự nhiên. Sau đó phải đưa vào những tình huống mà kết quả không phải là số tự nhiên. Ví dụ:

Xác định  $\frac{2}{3}$  của 7 cái bánh. Lúc này, 7 cái bánh phải chia thành 3 (mẫu số) phần bằng nhau và lấy ra 2 (tử số) phần.



Hình 6

(Ministère l'Éducation de l'Ontario, 2008, tr.68)

Mô hình đoạn thẳng cũng có thể sử dụng để giúp học sinh hiểu nghĩa và quy tắc thực hiện phép nhân phân số với số tự nhiên. Chẳng hạn trong tình huống sau thì mô hình đoạn thẳng lại trực quan hơn mô hình diện tích: Trong một cuộc chạy tiếp sức, cả đội phải chạy 3km. Bạn thứ nhất đã chạy  $\frac{2}{5}$  quãng đường. Hỏi bạn ấy chạy được bao nhiêu km?

Những tình huống đi kèm mô hình trực quan nêu trên mang lại nghĩa của phép nhân phân số với số tự nhiên:  $\frac{a}{b} \times n$  là  $\frac{a}{b}$  của  $n$ , thu được bằng cách lấy  $n$  chia cho mẫu số ( $b$ ) rồi nhân với tử số ( $a$ ). Lưu ý rằng, bằng cách liên hệ với tính chất của các phép nhân, chia cho số tự nhiên, ta đi đến quy tắc: Muốn nhân một phân số với số tự nhiên, ta nhân tử với số đó rồi chia cho mẫu.

Nghĩa của phép nhân phân số với số tự nhiên được mở rộng cho tích hai phân số:  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$  là  $\frac{a}{b}$  của  $\frac{c}{d}$ . Mô hình diện tích và mô hình tập hợp thuận lợi hơn cả cho việc mang lại nghĩa này.



#### 4.2. Một tình huống dạy học phép nhân phân số

Nghiên cứu trên đã làm rõ nghĩa của phép toán nhân và những mô hình biểu diễn cho phép mang lại nghĩa đó. Căn cứ vào nghiên cứu này, chúng tôi đã thiết kế một thực nghiệm tiến hành với học sinh lớp 4.

- **Thực nghiệm được thiết kế theo quan điểm dạy học tích hợp**

Chúng tôi theo đuổi hai hướng tích hợp đã đề xuất trước đây (tham khảo Lê Thị Hoài Châu, 2014): Thứ nhất là tích hợp trong nội bộ môn toán, thứ hai là tích hợp theo phương thức liên môn và gắn toán học với thực tiễn.

Theo hướng thứ nhất, chúng tôi liên kết các phân môn toán học lại với nhau. Kiến thức toán học được liên kết chặt chẽ với nhau trong một mạng lưới đa chiều, nên cho dù toán học có được phân thành các phân môn khác nhau, thì người ta vẫn có thể đại số hóa hình học cũng như hình học hóa số học - đại số - giải tích để khai thác phân môn này cho việc nghiên cứu các phân môn kia. Phân tích lịch sử toán học cho thấy việc sử dụng ngôn ngữ hình học đã từng giúp giải thích cho tính hợp thức của nhiều khái niệm trừu tượng được hình thành trong nội tại toán học bằng con đường suy diễn (tham khảo Lê Thị Hoài Châu, 2008, tr.40-44). Đặc biệt, đối với học sinh tiểu học, do đặc điểm tâm sinh lí lứa tuổi, việc hình học hóa số học để đưa vào những khái niệm trừu tượng càng cần thiết. Vấn đề khai thác các biểu diễn trực quan mà chúng tôi xem xét ở trên chính là một cách thực hiện dạy học tích hợp theo phương thức này.

Hướng thứ hai thể hiện sự phối hợp của các phương thức tích hợp đa môn, liên môn, xuyên môn, làm cho toán học dạy trong nhà trường gắn với thực tiễn. Theo hướng này, dạy học toán được gắn với hoạt động thực hành, quan sát thực tế. Phương thức tích hợp đó cũng phù hợp cho học sinh đầu cấp tiểu học. Tuy nhiên, ở lứa tuổi này thì việc tích hợp đa môn theo kiểu phải huy động kiến thức nhiều môn học để giải quyết vấn đề không phải là dễ. Vì vậy, cách thức tích hợp chỉ dừng lại ở mức độ gắn việc học tập với vui chơi, dạy kiến thức kĩ năng thông qua hoạt động thực hành và quan sát thực tế.

Thừa nhận hai phương thức dạy học tích hợp vừa nêu, chúng tôi đã thiết kế một dãy tình huống dạy học các phép tính trên tập hợp các phân số. Dưới đây là một số trong những tình huống được xây dựng để dạy học phép nhân với mục đích giúp học sinh hiểu nghĩa của phép toán. Tình huống được cấu tạo từ ba pha với những hoạt động mà ở đó học sinh phải thao tác với mô hình biểu diễn phù hợp.

**Pha 1: nhân số tự nhiên với phân số**

*Hoạt động 1: Giải bài toán 1*

*Đề trang trí cho chiếc váy của búp bê, Mai đã mua 2 sợi dây ruy băng màu đỏ và xanh, mỗi sợi dài  $\frac{1}{3}m$ . Hỏi Mai đã mua cả thảy bao nhiêu mét dây ruy băng?*

Hoạt động này được thực hiện tập thể. Giáo viên hướng dẫn học sinh toàn lớp giải bài toán bằng việc sử dụng mô hình đoạn thẳng và qua đó hình thành nghĩa “phép nhân số tự nhiên với phân số chính là phép cộng lặp lại”.

**Hoạt động 2: Giải bài toán 2**

Có 3 chai đựng nước. Mỗi chai chứa  $\frac{2}{5}$  lít nước. Hỏi có tất cả bao nhiêu lít nước trong 3 chai đó?

Với bài toán này học sinh có thể sử dụng mô hình đoạn thẳng hoặc diện tích. Tuy nhiên, để tránh cho các em khó khăn với việc tìm cách biểu diễn trực quan vấn đề, trong phiếu học tập chúng tôi ấn định dùng mô hình diện tích.

Hoạt động 2 được tổ chức theo nhóm. Hai học sinh ngồi cạnh nhau lập thành một nhóm. Mỗi nhóm được phát một phiếu học tập (Phiếu số 1) trên đó có những câu hỏi và các em phải thảo luận với nhau để viết câu trả lời. Cùng với phiếu học tập, mỗi nhóm còn được phát 1 cái kéo, 1 bút màu, 1 lọ hồ dính, 3 băng giấy hình chữ nhật bằng nhau, trên mỗi băng giấy đã có vạch chia thành 5 phần có cùng diện tích.

**Phiếu số 1**

1. Viết phép tính cần thực hiện để tìm số lít nước trong ba chai:...

2. Các em hãy dùng vật liệu được cung cấp để tìm kết quả phép toán.

*Hướng dẫn:*

- Mỗi băng giấy đã phát cho các em biểu thị 1 lít nước. Theo các em, mỗi phần bằng nhau ứng với bao nhiêu lít nước?

- Hãy tô màu phần băng giấy biểu thị số nước trong mỗi chai.

- Cắt rời ghép phần tô màu của ba băng giấy rời.

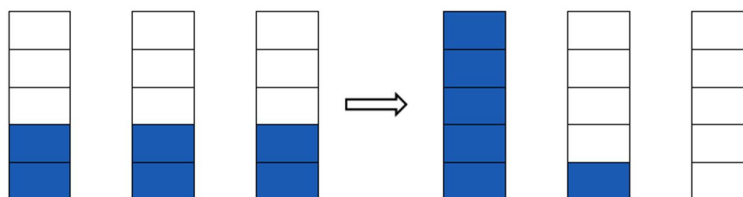
3. Viết phân số chỉ phần tô màu đó:

4. Dựa vào kết quả hoạt động, hãy cho biết:

- Số lít nước trong ba chai là:

- Vậy  $\frac{2}{5} \times 3 = \dots$

Hình 7 là hình mà chúng tôi dự kiến kết quả hoạt động của học sinh và các em sẽ căn cứ vào đó để điền câu trả lời vào hai dòng cuối của Phiếu số 1.



Hình 7

**Hoạt động 3 (làm việc tập thể):** Học sinh được yêu cầu phát biểu quy tắc nhân một số tự nhiên với một phân số. Cuối cùng, giáo viên thể chế hóa quy tắc.

**Pha 2: Nhân phân số với số tự nhiên**

**Hoạt động 4 (theo nhóm 2 HS):** giải bài toán 3

1. An có 12 viên bi,  $\frac{1}{4}$  trong số đó là bi đỏ. Hỏi An có bao nhiêu viên bi đỏ?

2. Một rổ táo có 6 quả. Hỏi  $\frac{2}{3}$  số táo trong rổ là bao nhiêu quả?

Với bài toán này chúng tôi hướng dẫn học sinh sử dụng mô hình biểu diễn là tập hợp bằng cách yêu cầu các em vẽ 12 viên bi, sau đó là 6 quả táo. Như đã phân tích ở phần 4.1, những tình huống này mang lại nghĩa cho phép nhân phân số với số tự nhiên.

### Pha 3: Nhân phân số với phân số

Pha này gồm hai phần với hai bài toán được lấy lại trong Sách giáo khoa Toán 4 của Việt Nam và sách giáo khoa Toán 5 của Singapor.

*Hoạt động 5: giải bài toán 4<sup>3</sup>*

*Tính diện tích hình chữ nhật có chiều dài  $\frac{4}{5}m$  và chiều rộng  $\frac{2}{3}m$ .*

Chúng tôi tổ chức cho học sinh làm việc hoạt động theo nhóm đôi. Các nhóm thảo luận và thực hiện những yêu cầu trên Phiếu số 2.

#### Phiếu số 2

1. Viết phép tính để tính diện tích hình chữ nhật:

2. Dùng hình vẽ để tìm kết quả bài toán.

Hướng dẫn:

Các em hãy vẽ một hình vuông.

Giả sử độ dài mỗi cạnh là 1m.

Diện tích hình vuông là:

3. Chia độ dài một cạnh hình vuông thành 5 phần bằng nhau. Đánh dấu 4 phần bằng nhau trên cạnh đó. Độ dài của đoạn được đánh dấu là bao nhiêu mét? Đó là chiều dài hay chiều rộng hình chữ nhật?

Thực hiện tương tự với cạnh đối diện.

4. Chia độ dài một cạnh kề tiếp của hình vuông thành 3 phần bằng nhau. Đánh dấu 2 phần bằng nhau trên cạnh đó. Độ dài đoạn được đánh dấu là bao nhiêu mét? Đó chính là chiều dài hay chiều rộng hình chữ nhật?

Thực hiện tương tự với cạnh đối diện.

5. Nói các phần được chia trên mỗi cạnh hình vuông theo chiều ngang và chiều dọc của hình.

Hình vuông được chia thành mấy ô bằng nhau? Mỗi ô có diện tích là bao nhiêu?

Hình chữ nhật gồm tất cả mấy ô bằng nhau?

Tô màu hình chữ nhật đó. Diện tích hình chữ nhật là bao nhiêu?

6. Ngoài cách đếm, em có thể thực hiện phép toán nào để tìm số ô trong hình vuông và trong hình chữ nhật?

7. Viết phân số biểu diễn phần diện tích hình chữ nhật. Có nhận xét gì về tử số và mẫu số của phân số này với các phép tính em vừa thực hiện ở trên?

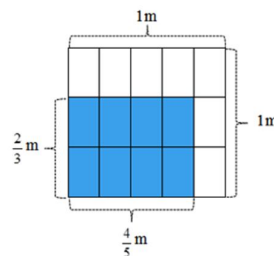
Với những hướng dẫn trong phiếu, chúng tôi dự kiến học sinh có thể vẽ được Hình 8.

<sup>3</sup> Bài toán này được lấy từ Đỗ Đình Hoan, 2005, tr.132.

Quan sát mô hình trên các em tính được diện tích hình chữ nhật là  $\frac{8}{15}m^2$  và từ đó có kết quả phép toán :

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

Việc giải bài toán 4 theo hướng dẫn cho phép hình thành quy tắc nhân hai phân số. Tuy nhiên, nghĩa của phép toán chưa được làm rõ qua biểu diễn trực quan này.



Hình 8

*Hoạt động 6 (làm việc tập thể)* : Học sinh được yêu cầu phát biểu bằng lời quy tắc nhân hai phân số, cuối cùng giáo viên thể chế hóa.

*Hoạt động 7 :giải bài toán 5<sup>4</sup>* (được đưa trên Phiếu số 3)

**Phiếu số 3**

Bạn An vẽ một hình chữ nhật và tô màu  $\frac{4}{5}$  hình, sau đó An gạch sọc vào  $\frac{2}{3}$  phần tô màu đỏ.

1. Tìm  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

2. Vẽ hình chữ nhật của bạn An.

Tô màu  $\frac{4}{5}$  hình. Gạch sọc  $\frac{2}{3}$  phần đã tô màu.

Có bao nhiêu phần bằng nhau trong hình chữ nhật?

Trả lời: .....

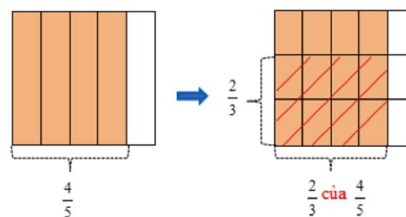
Trong các phần bằng nhau ấy, có bao nhiêu phần đã được gạch sọc?

Trả lời: .....

Hãy viết phân số ứng với phần mà bạn An đã gạch sọc.

Trả lời: .....

Hình 9 là sản phẩm mà chúng tôi mong đợi ở học sinh. Nó cho phép hình thành nghĩa của phép nhân hai phân số :  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$  biểu thị  $\frac{a}{b}$  của  $\frac{c}{d}$ .



Hình 9

**5. Kết luận**

Dạy học chủ đề phân số đặt ra nhiều vấn đề cần nghiên cứu. Chính tính đa nghĩa của khái niệm phân số là nguồn gốc của những khó khăn mà học sinh phải đương đầu. Làm thế nào để giúp học sinh tiểu học vượt qua khó khăn, nắm được nghĩa của khái niệm cũng như các phép toán, và có thể sử dụng chúng vào việc giải quyết những vấn đề thường gặp ?

Thừa nhận mối liên hệ giữa các biểu diễn số với quá trình tư duy, chúng tôi đã xác định những mô hình biểu diễn trực quan phù hợp với khái niệm phân số và phù hợp với

<sup>4</sup> Bài toán này được chúng tôi lấy ý tưởng từ một tình huống có trong sách giáo khoa Toán 5A của Singapor (Fong Ho Kheong, Chelvi Ramakrishnan, Michelle Choo, 2007, tr.102.

từng phép toán. Thuật ngữ “phù hợp” sử dụng ở đây theo nghĩa là biểu diễn được lựa chọn phải có thể mang lại nghĩa cho khái niệm hay phép toán được bàn đến, từ đó giúp mô tả vấn đề được đặt ra và tìm cách giải quyết nó. Giáo viên cần hiểu rõ vai trò của các mô hình biểu diễn để tổ chức dạy học, không chỉ nhằm truyền thụ tri thức mà còn dạy học sinh khai thác các mô hình này, qua đó bồi dưỡng năng lực giao tiếp cho các em.

Chuỗi hoạt động trong tình huống trên được thiết kế với mục đích khai thác các mô hình biểu diễn trực quan nhằm giúp học sinh hiểu nghĩa của phép nhân phân số. Trong tình huống, ba mô hình (diện tích, đoạn thẳng, tập hợp) đã được sử dụng. Ở đây, học sinh cũng cần biết vận dụng một số kỹ năng của các môn vẽ, kỹ thuật, Tiếng Việt để giải quyết những vấn đề được nêu ra.

Tình huống đã được triển khai thực nghiệm với một lớp 4 của Trường Tiểu học Tân Thạch A (huyện Châu Thành, tỉnh Bến Tre). Trong thực tế, chúng tôi còn tổ chức thực nghiệm tình huống dạy học phép chia. Sau các thực nghiệm này, chúng tôi đã tổ chức đánh giá học sinh để xem xét hiệu quả của các tình huống dạy học đã thiết kế và thực hiện. Kết quả thu được cho thấy, nói chung là các em đã vận dụng được kiến thức của một số môn học khác để thiết lập các mô hình biểu diễn trực quan và sau đó biết sử dụng mô hình để giải quyết vấn đề đặt ra.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Behr, Lesh, Poste & Silver (1983), *Rational numbers concepts*. In R. Lesh & M. Landau (Eds.) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, 91-125. New York: Academic Press.
- Carette V, Content A., Rey B., Coché F., Gabriel F. (2009). *Etude de l'apprentissage des nombres rationnels et des fractions dans une approche par compétences à l'école primaire*.
- Đỗ Đình Hoan (2005), *Toán 4*, Hà Nội: NXB Giáo dục.
- Fong Ho Kheong, Chelvi Ramakrishnan, Michelle Choo. (2007). *Maths 5A*, Marshall Cavendis.
- Kieren T.E. (1976), *On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers*. In R. Lesh (Ed.) *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop ERIC/SMEAC*, 101-144, Columbus, OH.
- Lê Thị Hoài Châu (2014), *Tích hợp trong dạy học toán* (Tài liệu bồi dưỡng giáo viên), Đại học Sư phạm TP Hồ Chí Minh.
- Lê Thị Hoài Châu (2015), *Dạy học Hình học ở trường phổ thông*, Hà Nội: NXB Giáo dục.
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2008), *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4e à la 6e année*. Canada.
- Nguyễn Lâm Hồng Thắm (2017), *Dạy học các phép toán phân số ở Tiểu học theo quan điểm tích hợp*. Luận văn Thạc sĩ chuyên ngành Giáo dục Tiểu học, Trường ĐHSP TP Hồ Chí Minh.
- Nune T. & Bryant P. (1996). *Children Doing Mathematics*. Oxford, U.K.: Blackwell.
- Rouche N. (1998). *L'esprit des sciences. Pourquoi ont-ils inventé les fractions?*. Paris: Ellipses.