PHÂN LOẠI TÔPÔ CÁC PHÂN LÁ LIÊN KẾT VỚI CÁC MD5-ĐẠI SỐ CÓ IDEAL DẪN XUẤT GIAO HOÁN 3-CHIỀU

LÊ ANH VŨ*, NGUYỄN ANH TUẤN**, DƯƠNG QUANG HÒA**

TÓM TẮT

Trước hết, chúng tôi đưa ra phân loại tôpô của tất cả các MD5-phân lá liên kết với các MD5-nhóm liên thông, đơn liên, bất khả phân mà các đại số Lie tương ứng có ideal dẫn xuất giao hoán 3-chiều. Tiếp theo, chúng tôi nghiên cứu cấu trúc của các MD5-phân lá được xét và chỉ ra các phân lá đó hoặc được cho bởi các phân thớ (với thớ liên thông) hoặc sinh ra bởi tác động thích hợp của $\mathbb{R}^2$ trên đa tạp phân lá. Sau cùng, chúng tôi mô tả giải tích các C^*-đại số Connes của các MD5-phân lá cho bởi phân thớ.

Từ khóa: nhóm Lie, đại số Lie, MD5-nhóm, MD5-đại số, K-quỹ đạo, phân lá, phân lá đo được, C*-đại số, C*-đại số Connes.

ABSTRACT

The topological classification of foliations associated to MD5-algebras having 3-dimensional commutative ideal

Firstly, we proposed the topological classification of all MD5-foliations associated to connected, simply connected, indecomposable MD5-groups which have respective Lie algebras with 3-dimensional commutative derived ideals. Next, we studied the construction of examined MD5-foliations and showed that these foliations either come from fibrations (with intercommunicating fibrations) or are produced by appropriate impacts of $\mathbb{R}^2$ on varied foliations. Finally, we analytically described the Connes' C^*-algebras of examined MD5-foliations which come from fibrations.

Keywords: Lie group, Lie algebra, MD_5-group, MD_5-algebra, K-orbit, Foliation, Measured foliation, C*-algebra, Connes' C*-algebras.

1. Mở đầu

Xuất phát điểm của vấn đề nghiên cứu là bài toán đi tìm lớp các C*-đại số có thể mô tả được bởi các K-hàm tử toán tử (KK-hàm tử). Năm 1980, khi nghiên cứu phương pháp quỹ đạo Kirillov, Đỗ Ngọc Diệp (xem [2]) đã đề xuất nghiên cứu lớp các MD-nhóm. Theo định nghĩa, một MD-nhóm n chiều (MDn-nhóm) là một nhóm Lie thực, giải được n-chiều mà các quỹ đạo trong biểu diễn đối phụ hợp (còn gọi là K-quỹ đạo) hoặc là 0-chiều hoặc có chiều cực đại; đại số Lie của mỗi MDn-nhóm được gọi là MDn-đại số.

* PGS TS, Trường Đại học Kinh tế – Luật, Đại học Quốc gia TPHCM
** NCS, Trường Đại học Sư phạm TPHCM

Đối với mỗi MD-nhóm G, họ các K-quỹ đạo chiều cực đại của nó tạo thành một phân lá đo được theo nghĩa của Connes (xem [1]). Phân lá này được gọi là MD-phân lá liên kết với MD-nhóm G. Trong trường hợp tổng quát, không gian lá của một phân lá (với tôpô thương) là một không gian không có nhiều tính chất tốt. Để khắc phục, A.Connes đã liên kết mỗi phân lá đo được với một C*-đại số mà được gọi là C*-đại số Connes của phân lá được xét. Trong trường hợp của phân lá Reeb, A. M. Torpe (xem [4]) đã chứng tỏ rằng phương pháp KK-hàm tử rất hiệu quả trong việc mô tả các C*-đại số Connes.

Kết hợp phương pháp quỹ đạo của A. Kirillov và ý tưởng đặc sắc của A.Connes, năm 1990, Lê Anh Vũ đã xét lớp các MD4-nhóm, phân loại tôpô lớp các MD4-phân lá liên kết với tất cả các MD4-nhóm liên thông, đơn liên, bất khả phân và mô tả C*-đại số Connes của tất cả các MD4-phân lá (xem [3]). Gần đây, bài toán tương tự đối với các MD5-nhóm mà MD5-đại số tương ứng có ideal dẫn xuất giao hoán 4-chiều đã được Lê Anh Vũ và Dương Quang Hòa giải quyết (xem [7]). Với các MD5-nhóm mà MD5-đại số tương ứng có ideal dẫn xuất giao hoán 3-chiều, Lê Anh Vũ và Dương Minh Thành cũng đã mô tả các K-quỹ đạo tương ứng (xem [8]).

Bài báo này là sự tiếp nối của [8]. Ở đây, chúng tôi xét các MD5-phân lá liên kết với các MD5-nhóm liên thông, đơn liên, bất khả phân mà các MD5-đại số tương ứng có ideal dẫn xuất giao hoán 3-chiều. Cụ thể là, chúng tôi sẽ đưa ra phân loại tôpô các MD5-phân lá được tạo bởi họ các K-quỹ đạo chiều cực đại của các MD5-nhóm được xét trong [8]. Sau đó, mô tả cấu trúc của những MD5-phân lá này hoặc bởi các phân thớ với thớ liên thông hoặc các tác động thích hợp của $\mathbb{R}^2$ và mô tả giải tích các C*-đại số Connes của các MD5-phân lá được cho bởi phân thớ.

2. Phân loại các MD5-đại số với ideal dẫn xuất giao hoán 3-chiều

Bài toán phân loại triệt để (chính xác đến đẳng cấu) các MD5-đại số đã được Lê Anh Vũ và các cộng sự hoàn thành trong những năm gần đây. Tuy nhiên, do mục đích bài báo, chúng tôi chỉ đề cập đến việc phân loại các MD5-đại số với ideal dẫn xuất giao hoán 3-chiều. Kết quả phân loại dưới đây được trích trong bài [10] của Lê Anh Vũ và K. P. Shum.

Mệnh đề 2.1.

Giả sử $\mathcal{G}$ là một MD5-đại số bất khả phân với $\mathcal{G}^1 := [\mathcal{G}, \mathcal{G}] \cong \mathbb{R}^3$. Khi đó, ta luôn có thể chọn được một cơ sở thích hợp $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ trong $\mathcal{G}$ sao cho $\mathcal{G}^1 = \mathbb{R}.X_3 \oplus \mathbb{R}.X_4 \oplus \mathbb{R}.X_5 \equiv \mathbb{R}^3$, $ad_{X_1} = 0$, $ad_{X_2} \in End(\mathcal{G}^1) \cong Mat_3(\mathbb{R})$, $[X_1, X_2] = X_3$ và $\mathcal{G}$ đẳng cấu với một và chỉ một trong các đại số Lie dưới đây.

1. $\mathcal{G}_{5,3,1(\lambda_1,\lambda_2)}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\quad \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}, \lambda_1 \neq \lambda_2$.

2. $\mathcal{G}_{5,3,2(\lambda)}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$; $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$.

3. $\mathcal{G}_{5,3,3(\lambda)}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

4. $\mathcal{G}_{5,3,4}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. $\mathcal{G}_{5,3,5(\lambda)}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

6. $\mathcal{G}_{5,3,6(\lambda)}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$; $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$.

7. $\mathcal{G}_{5,3,7}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. $\mathcal{G}_{5,3,8(\lambda,\varphi)}$: $ad_{X_2} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$; $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \varphi \in (0,\pi)$. ■

Nhớ rằng, mỗi đại số Lie thực $\mathcal{G}$ xác định duy nhất một nhóm Lie liên thông, đơn liên G sao cho $\mathrm{Lie}(G) = \mathcal{G}$. Do đó, Mệnh đề 2.1 cho thấy cũng có một lớp gồm 8 họ MD5-nhóm liên thông, đơn liên, bất khả phân tương ứng với các MD5-đại số được liệt kê ở trên. Để thuận tiện, các MD5-nhóm này cũng được kí hiệu bởi các chỉ số giống như các MD5-đại số tương ứng. Chẳng hạn, $G_{5,3,1(\lambda_1,\lambda_2)}$ là MD5-nhóm liên thông, đơn liên, bất khả phân tương ứng với MD5-đại số $\mathcal{G}_{5,3,1(\lambda_1,\lambda_2)}$.

3. Bức tranh các K-quỹ đạo của các MD5-nhóm tương ứng với các MD5-đại số đã xét

Giả sử G là một trong các MD5-nhóm ở trên. Gọi $\mathcal{G} = \langle X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \rangle$ là đại số Lie tương ứng của G và $\mathcal{G}^* = \langle X_1^*, X_2^*, X_3^*, X_4^*, X_5^* \rangle$ là không gian đối ngẫu của $\mathcal{G}$. Với mỗi $F = \alpha X_1^* + \beta X_2^* + \gamma X_3^* + \delta X_4^* + \sigma X_5^* \equiv (\alpha;\beta;\gamma;\delta;\sigma)$ tùy ý của $\mathcal{G}^*$, ta kí hiệu Ω_F là K-quỹ đạo của G qua F.

Trong [8], Lê Anh Vũ và Dương Minh Thành đã mô tả hình học các K-quỹ đạo của các MD5-nhóm đã xét ở trên và thể hiện bởi mệnh đề dưới đây.

Mệnh đề 3.1.

K-quỹ đạo Ω_F của G được mô tả như dưới đây.

1. Với G là một trong các nhóm $G_{5,3,1(\lambda_1,\lambda_2)}$, $G_{5,3,2(\lambda)}$, $G_{5,3,3(\lambda)}$, $G_{5,3,4}$, $G_{5,3,5(\lambda)}$, $G_{5,3,6(\lambda)}$, $G_{5,3,7}$ ta có

a) Nếu $\gamma = \delta = \sigma = 0$ thì $\Omega_F = \{F\}$ (quỹ đạo 0-chiều).

b) Nếu $\gamma^2 + \delta^2 + \sigma^2 \neq 0$ thì Ω_F là một trong các quỹ đạo 2-chiều sau đây:

- $\left\{\left(\alpha + \dfrac{1-e^{\lambda_1 a}}{\lambda_1}\gamma; y; e^{\lambda_1 a}\gamma; e^{\lambda_2 a}\delta; e^a\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}$ nếu $G = G_{5,3,1(\lambda_1,\lambda_2)}$.
- $\left\{\left(\alpha + (1-e^a)\gamma; y; e^a\gamma; e^a\delta; e^{\lambda a}\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}$ nếu $G = G_{5,3,2(\lambda)}$.
- $\left\{\left(\alpha + \dfrac{1-e^{\lambda a}}{\lambda}\gamma; y; e^{\lambda a}\gamma; e^a\delta; e^a\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}$ nếu $G = G_{5,3,3(\lambda)}$.
- $\left\{\left(\alpha + (1-e^a)\gamma; y; e^a\gamma; e^a\delta; e^a\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}$ nếu $G = G_{5,3,4}$.
- $\left\{\left(\alpha + \dfrac{1-e^{\lambda a}}{\lambda}\gamma; y; e^{\lambda a}\gamma; e^a\delta; ae^a\delta + e^a\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}$ nếu $G = G_{5,3,5(\lambda)}$.
- $\left\{\left(\alpha + (1-e^a)\gamma; y; e^a\gamma; ae^a\gamma + e^a\delta; e^{\lambda a}\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}$ nếu $G = G_{5,3,6(\lambda)}$.
- $\left\{\left(\alpha + (1-e^a)\gamma; y; e^a\gamma; ae^a\gamma + e^a\delta; \dfrac{a^2e^a}{2}\gamma + ae^a\delta + e^a\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}$

nếu $G = G_{5,3,7}$.

2. Với $G = G_{5,3,8(\lambda,\varphi)}$. Đồng nhất $\mathcal{G}^*_{5,3,8(\lambda,\varphi)}$ với $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{C} \times \mathbb{R}$ và $F(\alpha;\beta;\gamma;\delta;\sigma)$ với $(\alpha;\beta;\gamma + i\delta;\sigma)$. Khi đó ta có

a) Nếu $\gamma = \delta = \sigma = 0$ thì $\Omega_F = \{F\}$ (quỹ đạo 0-chiều).

b) Nếu $\gamma^2 + \delta^2 + \sigma^2 \neq 0$ thì Ω_F là quỹ đạo 2-chiều sau đây:

$$\left\{\left(x; y; (\gamma + i\delta)e^{ae^{-i\varphi}}; e^{\lambda a}\sigma\right) : y, a \in \mathbb{R}\right\}. \qquad \blacksquare$$

4. Phân loại tôpô các MD5-phân lá liên kết với các MD5-nhóm đã xét

Như đã đề cập trong phần mở đầu, một trong những lí do khiến chúng ta nghiên cứu lớp MD-nhóm và các vấn đề liên quan là sự kiện sau: với mỗi MD-nhóm liên thông, đơn liên, họ các các K-quỹ đạo chiều cực đại của nó lập thành một phân lá đo được (theo nghĩa của Connes). Cụ thể là, trong trường hợp các MD5-nhóm đã xét ở trên, điều này được thể hiện bởi định lí dưới đây (xem [8]).

Định lí 4.1.

Giả sử G là một trong các MD5-nhóm liên thông, đơn liên, bất khả phân tương ứng với các MD5-đại số đã xét ở trên. Gọi $\mathcal{F}_G$ là họ các K-quỹ đạo 2-chiều của G và $V_G = \bigcup\{\Omega : \Omega \in \mathcal{F}_G\}$. Khi đó, $(V_G, \mathcal{F}_G)$ là một phân lá đo được (theo nghĩa của Connes) và được gọi là MD5-phân lá liên kết với G. $\blacksquare$

Đặc biệt, các tập hợp V_G đều là đa tạp con mở trong $\mathcal{G}^*$. Hơn nữa, đối với tất cả các MD5-nhóm đã xét ở trên, các đa tạp V_G đều vi phôi với nhau. Bởi vậy, để thuận tiện, các phân lá $\left(V_{G_{5,3,K}}, \mathcal{F}_{G_{5,3,K}}\right)$ sẽ được kí hiệu tương ứng là $(V, \mathcal{F}_K)$. Kết quả chính của bài báo này là định lí 4.2 dưới đây.

Định lí 4.2.

a) Có đúng 2 kiểu tôpô của 8 họ các MD5-phân lá đã xét. Cụ thể là, mỗi tập dưới đây xác định một kiểu phân lá:

i. $\left\{\left(V, \mathcal{F}_{1(\lambda_1,\lambda_2)}\right), \left(V, \mathcal{F}_{2(\lambda)}\right), \left(V, \mathcal{F}_{3(\lambda)}\right), \left(V, \mathcal{F}_4\right), \left(V, \mathcal{F}_{5(\lambda)}\right), \left(V, \mathcal{F}_{6(\lambda)}\right), \left(V, \mathcal{F}_7\right)\right\}$.

ii. $\left\{\left(V, \mathcal{F}_{8(\lambda,\varphi)}\right)\right\}$.

Ta kí hiệu hai kiểu tôpô phân lá này lần lượt là $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$.

b) Hơn nữa, ta còn có:

i. Mỗi MD5-phân lá thuộc kiểu $\mathcal{F}_1$ được cho bởi phân thớ (với thớ liên thông) trên đáy $\left(\mathbb{R}^3\right)^*$.

ii. Mỗi MD5-phân lá thuộc kiểu $\mathcal{F}_2$ được cho bởi tác động của nhóm Lie $\mathbb{R}^2$ trên đa tạp phân lá $V \cong \mathbb{R}^2 \times \mathbb{C}^* \times \mathbb{R}^*$.

Chứng minh

a) Nhắc lại rằng, hai phân lá $(V,\mathcal{F})$ và $(V,\mathcal{F}')$ được gọi là cùng kiểu tôpô nếu có phép đồng phôi $h: V \to V$ mà chuyển lá của $\mathcal{F}$ thành lá của $\mathcal{F}'$.

i. Bằng tính toán trực tiếp, ta dễ dàng kiểm tra được các phân lá $\left(V,\mathcal{F}_{1(\lambda_1,\lambda_2)}\right)$, $\left(V,\mathcal{F}_{2(\lambda)}\right)$, $\left(V,\mathcal{F}_{3(\lambda)}\right)$, $\left(V,\mathcal{F}_{5(\lambda)}\right)$, $\left(V,\mathcal{F}_{6(\lambda)}\right)$, $(V,\mathcal{F}_7)$ cùng kiểu tôpô với phân lá $(V,\mathcal{F}_4)$ bởi các phép đồng phôi $h_{1(\lambda_1,\lambda_2)}$, $h_{2(\lambda)}$, $h_{3(\lambda)}$, $h_{3(\lambda)} \circ h_{5(\lambda)}$, $h_{6(\lambda)}$, h_7 chuyển lá thành lá xác định bởi các công thức cho dưới đây.

$$h_{1(\lambda_1,\lambda_2)}(x;y;z;t;s) = \left(\lambda_1 x + z - \operatorname{sign}(z).|z|^{\frac{1}{\lambda_1}}; y; \operatorname{sign}(z).|z|^{\frac{1}{\lambda_1}}; \operatorname{sign}(t).|t|^{\frac{1}{\lambda_2}}; s\right)$$

$$h_{2(\lambda)}(x;y;z;t;s) = \left(x;y;z;t;\operatorname{sign}(s).|s|^{\frac{1}{\lambda}}\right)$$

$$h_{3(\lambda)}(x;y;z;t;s) = \left(\lambda x + z - \operatorname{sign}(z).|z|^{\frac{1}{\lambda}}; y; \operatorname{sign}(z).|z|^{\frac{1}{\lambda}}; t; s\right)$$

$$h_{5(\lambda)}(x;y;z;t;s) = \begin{cases} (x;y;z;t;s - t\ln|t|) & (t \neq 0) \\ (x;y;z;0;s) & (t = 0) \end{cases}$$

$$h_{6(\lambda)}(x;y;z;t;s) = \begin{cases} \left(x;y;z;t - z\ln|z|; \operatorname{sign}(s).|s|^{\frac{1}{\lambda}}\right) & (z \neq 0) \\ \left(x;y;0;t;\operatorname{sign}(s).|s|^{\frac{1}{\lambda}}\right) & (z = 0) \end{cases}$$

$h_7(x;y;z;t;s) = (x;y;z;\tilde{t};\tilde{s})$, ở đó:

$$\tilde{t} = \begin{cases} t & (z = 0) \\ t - z\ln|z| & (z \neq 0) \end{cases}$$

$$\tilde{s} = \begin{cases} s & (z = t = 0) \\ s - t\ln|t| & (z = 0; t \neq 0) \\ s - \frac{1}{2}t\ln|z| & (z \neq 0; t = z\ln|z|) \\ s - \frac{1}{2}t\ln|z| - \frac{1}{2}(t - z\ln|z|)\ln|t - z\ln|z|| & (z \neq 0; t \neq z\ln|z|) \end{cases}$$

ii. Tương tự ánh xạ $h_{8(\lambda,\varphi)}: V \cong \mathbb{R}^2 \times \mathbb{C}^* \times \mathbb{R}^* \to V$ xác định bởi:

$$h_{8(\lambda,\varphi)}(x;y;re^{i\theta};s) = \left(x + r\cos(\theta+\varphi) + \operatorname{Im}\left[e^{(\ln r + i\theta)(-ie^{i\varphi})}\right]; y; e^{(\ln r + i\theta)(-ie^{i\varphi})}; \operatorname{sign}(s).|s|^{\frac{1}{\lambda}}\right)$$

là phép đồng phôi chuyển lá của phân lá $\left(V,\mathcal{F}_{8(\lambda,\varphi)}\right)$ thành lá của phân lá $\left(V,\mathcal{F}_{8\left(1,\frac{\pi}{2}\right)}\right)$.

b) Nhắc lại rằng, phân lá $(V,\mathcal{F})$ được nói là cho bởi phân thớ (với thớ liên thông) $p:V\to B$ nếu mỗi thớ của $p:V\to B$ là và chỉ là một lá của $(V,\mathcal{F})$; còn nếu có nhóm Lie G tác động (liên tục) lên V sao cho mỗi quỹ đạo của G là và chỉ là một lá của $(V,\mathcal{F})$ thì phân lá $(V,\mathcal{F})$ được nói là cho bởi tác động của nhóm Lie G lên đa tạp phân lá V.

i. Từ Mệnh đề 3.1, ta nhận thấy nếu $\gamma^2+\delta^2+\sigma^2\neq 0$ thì mỗi K-quỹ đạo 2-chiều của phân lá $(V,\mathcal{F}_4)$ đều là các nửa mặt phẳng 2-chiều được đánh số bởi $\left(\mathbb{R}^3\right)^*$. Do đó, mỗi phân lá thuộc kiểu $\mathcal{F}_1$ được cho bởi phân thớ trên đáy $\left(\mathbb{R}^3\right)^*$.

ii. Xét tác động liên tục của nhóm Lie giao hoán $\mathbb{R}^2$ lên đa tạp phân lá $V\cong\mathbb{R}^2\times\mathbb{C}^*\times\mathbb{R}^*$ bởi ánh xạ $\rho:\mathbb{R}^2\times V\to V$ xác định như sau:

$$\rho\big((r;a);(x;y;z+it;s)\big)=\big(x-(\sin a)z-(1-\cos a)t;y+r;(z+it)e^{-ia};e^a s\big).$$

Dễ thấy, ρ-quỹ đạo qua phần tử $(\alpha;\beta;\gamma+i\delta;\sigma)\in V$ là:

$$\left\{\left(\alpha-(\sin a)\gamma-(1-\cos a)\delta;\underbrace{\beta+r}_{y};(\gamma+i\delta)e^{-ia};e^a\sigma\right):r,a\in\mathbb{R}\right\}.$$

Rõ ràng đó cũng chính là lá (hay K-quỹ đạo):

$$\Omega_F=\left\{\left(x;y;(\gamma+i\delta)e^{-ia};e^a\sigma\right):y,a\in\mathbb{R}\right\}$$

của phân lá $\left(V,\mathcal{F}_{8\left(1,\frac{\pi}{2}\right)}\right)$. Do đó, mỗi phân lá thuộc kiểu $\mathcal{F}_2$ cũng được cho bởi tác động của nhóm Lie $\mathbb{R}^2$ trên đa tạp phân lá $V\cong\mathbb{R}^2\times\mathbb{C}^*\times\mathbb{R}^*$. Định lí được chứng minh hoàn toàn. ■

Theo A. Connes (xem [1]), nếu phân lá $(V,\mathcal{F})$ được cho bởi phân thớ (với thớ liên thông) $p:V\to B$ thì C*-đại số Connes $C^*(V,\mathcal{F})$ của phân lá $(V,\mathcal{F})$ đẳng cấu với C*-đại số $C_0(B)\otimes\mathcal{K}$, ở đó $C_0(B)$ là C*-đại số các hàm liên tục nhận giá trị phức trên B mà triệt tiêu tại vô cùng và $\mathcal{K}$ là C*-đại số các toán tử tuyến tính compắc trên không gian Hilbert tách được, vô hạn chiều. Do đó, Định lí 4.2 cho ta một hệ quả trực tiếp dưới đây.

Hệ quả 4.3.

C*-đại số Connes của tất cả các MD5-phân lá thuộc kiểu $\mathcal{F}_1$ đẳng cấu với C*-đại số $C_0\left(\left(\mathbb{R}^3\right)^*\right)\otimes\mathcal{K}$. ■

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Connes A**. (1982), "A Survay of Foliations and Operator Algebras", *Proc. Symp. Pure Math*., **38**, 512-628, Part I.
2. **Diep D. N.** (1996), "Non Commutative Geometry Methods for Group C*-algebras", *Institute of Mathematics, Chapman&Hall/CRC Reseach Notes in Mathematics Series*, No **416**, Boca Raton Florida, New York, Washington DC, London 1999.
3. **Kirillov A. A.** (1976), "Elements of the Theory of Representations", *Springer - Verlag*, Berlin - Heidenberg - New York.
4. **Torpe A. M.**, (1985), "K-theory for the Leaf Space of Foliations by Reeb Components", *J. Funct. Anal*., **61**, 15-71.
5. **Vu L. A.** (2005), "On a subclass of 5-dimensional Lie Algebras Which have 3-dimensional Commutative Derived Ideals", *East-West J. Math*, Vol. 7, (1), 13-22.
6. **Vu L. A.** (1990), "The foliation formed by the K-orbits of Maximal Dimension of the MD4-group", *PhD Thesis*, Ha Noi (1990) (in Vietnamese)
7. **Vu L. A., Hoa D. M.** (2009), "The topology of foliations formed by the generic K-orbits of a subclass of the indecomposable MD5-groups", *Science in China A: Mathematics*, Vol. **52**, (2), 351–360.
8. **Vu L. A., Thanh D. M.** (2006), "The Geometry of K-orbits of a Subclass of MD5-groups and Foliations Formed by Their Generic K-orbits", *Contributions in Math. And App*., *Proceeding of the International Conference in Math. And App*., Bangkok, Thailand, A special Volume Published by East-West J. Math., 1-16.
9. **Vu L. A., Tri N. C.** (2006), "Some Examples on MD5-algebras and MD5-mesured Foliations Associated to Corresponding MD5-groups", *Scientific Journal of University of Pedagogy of Ho Chi Minh City*, No. **8** (**42**), 14-32 (in Vietnamese)
10. **Vu L. A., Shum K. P.** (2008), "Classifcation of 5-dimensional MD-algebras having commutative derived ideals", *Advances in Algebra and Combinatorics*, Singapore: World Scientific, 353-371.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 08-10-2012; ngày phản biện đánh giá: 07-01-2013; ngày chấp nhận đăng: 18-02-2013)