TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH
TẠP CHÍ KHOA HỌC
KHOA HỌC TỰ NHIÊN VÀ CÔNG NGHỆ
Tập 15, Số 12 (2018): 94-102
ISSN: 1859-3100

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION
JOURNAL OF SCIENCE
NATURAL SCIENCES AND TECHNOLOGY
Vol. 15, No. 12 (2018): 94-102

Email: tapchikhoahoc@hcmue.edu.vn; Website: http://tckh.hcmue.edu.vn

THUẬT TOÁN MÔ TẢ CÁC ĐẠI SỐ MA TRẬN

Nguyễn Thị Thùy Dương*

Trường Đại học Sư phạm – Đại học Đà Nẵng

Ngày nhận bài: 22-11-2018, ngày nhận bài sửa: 07-12-2018, ngày duyệt đăng: 21-12-2018

TÓM TẮT

Trong bài báo này, tác giả mô tả ý tưởng xây dựng tất cả các đại số ma trận Lie. Đầu tiên sẽ giới thiệu bài toán mô tả các siêu diện thực đồng nhất affine của không gian phức C^3. Tiếp đến nhắc lại điều kiện để các ma trận là cơ sở của đại số Lie. Sau đó, giải thích sự lựa chọn từ hệ 90 phương trình phức một hệ phương trình con phụ tương đối đơn giản. Nghiên cứu này giả định đa thức $F_3(z, \bar{z}, u)$ *phụ thuộc vào biến* 'u'.

Từ khóa: đại số Lie, mô hình máy tính, tính toán biểu tượng, biến đổi affine, bề mặt đồng nhất.

ABSTRACT

Algorithm for describing matrix algebras

In this article, I describe an idea of building all matrix Lie algebra. First of all, I introduce a problem referred to real aspects of identical affine of C^3, which is a complex space. I repeat the conditions for matrices to be basic of Lie algebra. Then, I explain why we choose a simple system of equations from 90 equations of complex variables. Secondly, I suppose that the polynomial $F_3(z, \bar{z}, u)$ *depends on 'u' variable in my study.*

Keywords: Lie algebra, computer modeling, symbolic calculations, affine transformation, homogeneous surface.

1. Đặt vấn đề

Việc nghiên cứu tính đồng nhất affine của các siêu diện thực trong không gian phức là vấn đề cấp thiết của giải tích phức hiện đại. Trong bài toán này, quan tâm đến đại số Lie bao gồm các ma trận vuông phức có dạng sau:

$$\begin{pmatrix} A1 & A2 & A3 & p \\ B1 & B2 & B3 & s \\ a & b & c & q \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

Đối với các đại số tương ứng với bề mặt đồng nhất, có nhiều mối liên hệ giữa các phần tử trong ma trận ([1] - [3]).

Mỗi một ma trận (1.1) là sự biểu diễn của một trường vector affine trong không gian $\mathbb{C}^3$ (A1, A2, A3, B1, B2, B3, a, b, c, p, s, q – hằng số phức).

* Email: *thuydoungsptoan@gmail.com*

Mỗi một trường Z như trên tiếp xúc với một siêu diện của không gian này thỏa đẳng thức cơ bản sau

$$Z = (A1z_1 + A2z_2 + A3w + p)\frac{\partial}{\partial z_1}$$
$$+ (B1z_1 + B2z_2 + B3w + s)\frac{\partial}{\partial z_2}$$
$$+ (az_1 + bz_2 + cw + q)\frac{\partial}{\partial w},$$

Ở đây, Φ là hàm xác định của bề mặt. Trong bài báo này, chỉ thảo luận về các bề mặt giả lồi được cho bởi các hàm giải tích thực. Mỗi bề mặt được thảo luận đi qua gốc tọa độ của không gian $\mathbb{C}^3$.

$$\operatorname{Re}\{Z(\Phi)\}|_M \equiv 0. \tag{1.2}$$

Khai triển Taylor hàm xác định của bất kì bề mặt tại gốc tọa độ có dạng sau ([1])

$$v = |z_1|^2 + |z_2|^2 + \left[e_1\left(z_1^2 + \overline{z_1^2}\right) + e_2\left(z_2^2 + \overline{z_2^2}\right)\right] \tag{1.3}$$
$$+ F_3(z,\bar{z},u) + F_4(z,\bar{z},u)..(3)$$

Trong phương trình (1.3), các chỉ số của các thành phần $F_3(z,\bar{z},u), F_4(z,\bar{z},u)$... là trọng lượng. Tổng $k + 1 + 2m$ là trọng lượng của đa thức $F_{klm}(z, \bar{z}, u)$, với k bậc theo biến $z = (z_1, z_2)$, l bậc theo biến $\bar{z} = (\overline{z_1}, \overline{z_2})$ và m bậc theo biến u.

Nghiên cứu này chỉ xem xét ở đây các bề mặt hình ống mà trong đó thỏa điều kiện

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{1}{2}$$

Bài toán mô tả các siêu diện thực đồng nhất affine của không gian phức $\mathbb{C}^3$ vẫn chưa được giải quyết, kể cả trong trường hợp đặc biệt đa tạp dạng ống. Đối với các bề mặt này, đa thức $F_3(z, \bar{z}, u)$ của phương trình (1.3) có thể đạt được một trong các điều kiện, phụ thuộc hoặc không phụ thuộc vào biến u. Dưới đây, sẽ giới thiệu điều kiện cho trường hợp đang nghiên cứu, đa thức $F_3(z, \bar{z}, u)$ phụ thuộc vào biến u.

2. Thuật toán để mô tả các đại số ma trận

Trong phần này, bài báo mô tả ý tưởng kĩ thuật xây dựng tất cả các đại số ma trận Lie.

Xét 5 ma trận cơ sở của đại số, chỉ sử dụng thông tin tối thiểu về chúng. Các phần tử $A1_i, A2_i, A3_i,\ B1_i, B2_i, B3_i, i=\overline{1,5}$ của các ma trận này phụ thuộc vào bộ tham số

$$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8; m_1, m_2, m_3, m_4; n_1, n_2, n_3, n_4. \qquad (2.1)$$

Chúng được viết ở dạng cơ bản như sau:

$$E_1 = \begin{pmatrix} A1_1 & A2_1 & A3_1 & 1 \\ B1_1 & B2_1 & B3_1 & 0 \\ 4i & 0 & 2m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} A1_2 & A2_2 & A3_2 & i \\ B1_2 & B2_2 & B3_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2(m_2 - i\alpha_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$E_3 = \begin{pmatrix} A1_3 & A2_3 & A3_3 & 0 \\ B1_3 & B2_3 & B3_3 & 1 \\ 0 & 4i & 2m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$E_4 = \begin{pmatrix} A1_4 & A2_4 & A3_4 & 0 \\ B1_4 & B2_4 & B3_4 & i \\ 0 & 0 & 2(m_4 - i\alpha_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$E_5 = \begin{pmatrix} A1_5 & A2_5 & A3_5 & 0 \\ B1_5 & B2_5 & B3_5 & 0 \\ -2\alpha_1 & -2\alpha_2 & 2(m_5 - i\lambda) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2.2)$$

Để bộ ma trận (2.2) là cơ sở của đại số Lie, thì điều kiện cần và đủ là thỏa mãn điều kiện đóng đối với phép toán ngoặc ma trận (bao tuyến tính thực của các ma trận này). Do đó, chúng ta cần phải xem xét $C_5^2 = 10$ phép toán ngoặc $Wkl = [E_k, E_l] = E_kE_l - E_lE_k$ $(1 \le k \le l \le 5)$ cho tất cả các cặp ma trận của cơ sở. Đối với mỗi cặp E_k, E_l như vậy, cần phải thỏa đẳng thức:

$$\mathrm{Wkl} = [E_k, E_l] = \beta_1 E_1 + \beta_2 E_2 + \beta_3 E_3 + \beta_4 E_4 + \beta_5 E_5, \qquad (2.3)$$

trong đó, $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$. là các số thực.

Mỗi một trong số các phép toán ngoặc $[E_k, E_l]$ $(1 \le k \le l \le 5)$ là một ma trận vuông cấp 4. Trong đó hàng thứ 4 của bất kì phép toán ngoặc nào đều chứa các phần tử không, giống như trong các ma trận (2.2). Do đó, từ đẳng thức (2.3) suy ra một phép toán ngoặc bất kì nào đó được biểu thị bằng hệ gồm 12 đẳng thức theo số phần tử trên ba hàng của ma trận dạng (2.2). Tổng số dự kiến 120 = 12 x 10 phương trình. Với một số lượng lớn các tham số, chúng ta cần sử dụng các chương trình máy tính để tính toán.

Trong tài liệu [4], các siêu diện thực đồng nhất của không gian thực ba chiều cũng được nghiên cứu bằng các phương pháp máy tính. Trường hợp nội dung đang nghiên cứu là các bề mặt thực trong không gian phức, so với không gian thực trong tài liệu [4], số chiều bài toán tăng gấp đôi.

Khi nghiên cứu các đại số cần tìm, đầu tiên chúng ta giảm tổng số phương trình từ 120 xuống 90. Để thực hiện điều này, chúng ta tính các cột cuối cùng của tất cả 10 phép toán ngoặc. Rõ ràng là các phần tử của cột cuối cùng được biểu diễn qua các phần tử của các ma trận cơ sở ban đầu (2.2). Nhưng do các cột thứ 4 của ma trận cơ sở có dạng đơn giản nên các cột cuối cùng của phép toán ngoặc đơn cũng được xây dựng đơn giản.

2.1. Mệnh đề 2.1.

Các cột cuối cùng của 6 dấu ngoặc của các ma trận cơ sở (2.2) có dạng:

$$\mathrm{W}12:\begin{pmatrix} iA1_1 - A1_2 \\ iB1_1 - B1_2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathrm{W}13:\begin{pmatrix} A2_1 - A1_3 \\ B2_1 - B1_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathrm{W}14:\begin{pmatrix} iA2_1 - A1_4 \\ iB2_1 - B1_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathrm{W}23:\begin{pmatrix} -iA1_3 + A2_2 \\ -iB1_3 + B2_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathrm{W}24:\begin{pmatrix} -iA1_4 + iA2_2 \\ -iB1_4 + iB2_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathrm{W}34:\begin{pmatrix} iA2_3 - A2_4 \\ iB2_3 - B2_4 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Cách chứng minh của mệnh đề trên có thể thu được bằng tính toán trực tiếp.

Khi đó các hệ số b_k trong đẳng thức (2.3) của bất kì dấu ngoặc Wkl được xác định duy nhất bởi các phần tử của các ma trận cơ sở ban đầu $E_1 - E_5$. Các hệ số này được biểu diễn tuyến tính qua e-các phần tử của 4 ma trận cơ sở đầu tiên. Còn đối với bốn dấu ngoặc W13, W14, W23, W24 của đẳng thức (2.3) không chứa ma trận E_5.

Ví dụ:

$$\begin{aligned} \mathrm{W}12 = [\mathrm{E}_1, \mathrm{E}_2] = &-(A1_{21} + A1_{12})E_1 + (A1_{11} - A1_{22})E_2 \\ &-(B1_{21} + B1_{12})E_3 + (B1_{11} - B1_{22})E_4 - 4E_5, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \mathrm{W}14 = [\mathrm{E}_1, \mathrm{E}_4] = &-(A1_{41} + A2_{12})E_1 + (A2_{11} - A1_{42})E_2 \\ &-(B1_{41} + B2_{12})E_3 + (B2_{11} - B1_{42})E_4, \end{aligned} \quad (2.6)$$

trong đó, $A1_{41} = Re(A1_4)$, $A1_{42} = Im(A1_4)$, và các kí hiệu tương tự được sử dụng cho các phần tử ma trận khác. Thay vì xem xét các dấu ngoặc W_{kl} bây giờ ta xem xét các dạng "đã hiệu chỉnh" của chúng

$$Rkl = \mathrm{W}kl - \left(b_1 E1 + b_2 E2 + b_3 E3 + b_4 E4 + b_5 E5\right). \quad (2.7)$$

Mỗi trong số các ma trận cấp 4 này đều có hàng cuối và cột cuối chỉ chứa các phần tử không. Không gian thảo luận $h = \langle E_1, E_2, E_3, E_4 \rangle$ đối với phép toán ngoặc là không gian đóng, nghĩa là các phần tử của khối (3 x 3) phía trên bên trái của tất cả các ma trận R_{kl} cũng phải bằng 0.

Có tất cả 90 = 9 x 10 phần tử như vậy, tương ứng với nó bài báo sẽ nghiên cứu hệ gồm 90 phương trình. Lưu ý rằng, trong hệ này chỉ chứa các phần tử của tất cả các ma trận cơ sở ban đầu (hệ đóng đối với các phần tử của ma trận E_1 - E_5).

Số lượng các phần tử như vậy trong hệ đang thảo luận là rất lớn. Đồng thời, một phần trong số chúng được thể hiện thông qua các phần tử khác. Khối trên bên trái (2 x 2) của các ma trận thảo luận là quan trọng nhất. Để ngắn gọn gọi chúng là khối phần tử e. Thực tế chúng có tính chất sau đây.

2.2. Mệnh đề 2.2.

Từ các khối phần tử e của các phép toán ngoặc đã hiệu chỉnh R13, R14, R23, tất cả các phần tử $A3_i, B3_i, i=\overline{1,4}$ của cột thứ ba của ma trận E_1, E_2, E_3, E_4 được biểu diễn qua các khối phần tử e của các ma trận $E_1 - E_4$.

Cách chứng minh khẳng định này có được bằng tính toán trực tiếp. Đầu tiên, chúng ta quan tâm đến 8 phần tử (các phần tử $A3_1$, $B3_1$, $A3_2$, $B3_2$, $A3_3$, $B3_3$, $A3_4$, $B3_4$) trong ba dấu ngoặc ban đầu là W13, W14, W23:

$$\mathrm{W}13_{11} = -4iA3_3 + e13_{11},$$
$$\mathrm{W}13_{12} = 4iA3_1 + e13_{12},$$
$$\mathrm{W}13_{21} = -4iB3_3 + e13_{21},$$
$$\mathrm{W}13_{22} = 4iB3_1 + e13_{22},$$
$$\mathrm{W}14_{11} = -4iA3_4 + e14_{11},$$
$$\mathrm{W}14_{21} = -4iB3_4 + e14_{21},$$
$$\mathrm{W}23_{12} = 4iA3_2 + e23_{12},$$
$$\mathrm{W}23_{22} = 4iB3_2 + e23_{22},$$

Ở đây, kí hiệu $e\mathrm{ij} = [\mathrm{e}_i, \mathrm{e}_j]$ với e_k là khối trên (2´ 2) bên trái của ma trận E_k. Tiếp đến xem xét đến các dấu ngoặc hiệu chỉnh. Khi đó theo mệnh đề 2.1 $R\mathrm{ij} = W\mathrm{ij} - (b_1 E_1 + b_2 E_2 + b_3 E_3 + b_4 E_4)$. Mỗi trong số 8 phần tử trong ma trận hiệu chỉnh R_{ij} đều bằng 0.

Ví dụ:

$$R13_{11} = W13_{11} - (b_1E_1 + b_2E_2 + b_3E_3 + b_4E_4) = 0$$
$$\Leftrightarrow\ 4iA3_3 + e13_{11} - (b_1E_1 + b_2E_2 + b_3E_3 + b_4E_4)_{11} = 0$$

Do đó, các phần tử của cột 3 của các ma trận $E_1 - E_4$ tức là $A3_i$ và $B3_i$ biểu diễn qua các e-khối (2×2) phần tử của các ma trận $E_1 - E_4$. Những công thức cồng kềnh này được đưa vào chương trình máy tính để tìm kiếm các ma trận đại số ở dạng chính xác. Mệnh đề 2.2 đã được chứng minh.

2.3. Mệnh đề 2.3.

Ma trận E_5 trong cơ sở (2.2) của ma trận đại số Lie được xác định duy nhất bởi các ma trận E_1, E_2, E_3, E_4.

Chứng minh:

Từ (2.5), ta có được đẳng thức:

$$E_5 = \frac{1}{4}\left(\begin{array}{l}[E_1,E_2] + (A1_{21} + A1_{12})E_1 - (A1_{11} - A1_{22})E_2 \\ + (B1_{21} + B1_{12})E_3 + (B1_{11} - B1_{22})E_4\end{array}\right)$$

Mệnh đề 2.3 được chứng minh.

Các mệnh đề 2.2 và 2.3 xác định một bộ các đại lượng chưa biết nằm trong hệ gồm 90 phương trình. Theo kết quả của mệnh đề 2.2, bốn ma trận đầu tiên của bất kì các đại số 5 chiều thảo luận nào được xác định bởi các giá trị của các phần tử trong chúng. Để xác định ma trận cơ sở thứ 5 của một đại số, chúng ta có thể sử dụng Mệnh đề 2.3.

Bước tiếp theo, ta chọn từ hệ 90 phương trình phức một hệ phương trình con phụ tương đối đơn giản hơn. Số lượng phương trình thực trong hệ con như vậy cần phải đủ để xác định tất cả các yếu tố chưa biết của bộ tham số này.

Bài báo giải thích sự lựa chọn của hệ con đó. Đầu tiên, chúng ta đưa vào trong hệ con bốn phương trình phức

$$R14_{12} = 0, R14_{22} = 0, R23_{11} = 0, R23_{21} = 0. \tag{2.8}$$

Vế trái của chúng được biểu diễn bằng e-khối phần tử của bốn ma trận $E_1 - E_4$. Năm phần tử của ma trận R24 được xây dựng tương tự và nghiên cứu này đưa vào trong hệ con phụ 5 phương trình này:

$$\begin{array}{l} R24_{11} = 0, R24_{22} = 0, \\ R24_{21} = 0, R24_{22} = 0, R23_{33} = 0. \end{array} \tag{2.9}$$

Các ma trận E_2, E_4 có các khối phần tử thực. Điều này dẫn đến 5 phương trình cuối cùng là các phương trình thực. Bốn phương trình đầu tiên trong hệ con phụ là các phương trình phức. Các phương trình này không đủ để xác định bộ 16 tham số (2.1). Do đó, cần bổ sung thêm vào hệ phương trình phụ, ta có thể thêm bốn phương trình phức thu được từ các ý sau đây.

Các phần tử $R14_{11}$, $R14_{21}$ của dấu ngoặc điều chỉnh R14, như được chỉ ra ở trên, chỉ phụ thuộc vào các e-khối phần tử của bốn ma trận E_1 - E_4. Từ biểu diễn này ta đã thu được công thức $A3_4$, $B3_4$. Đồng thời, dễ dàng thấy rằng

$$W14_{33} = 4iA3_4, W34_{33} = 4iB3_4 \tag{2.10}$$

Tương tự, từ công thức $R23_{12}$, $R23_{22}$ suy ra $A3_2$, $B3_2$ phụ thuộc vào các khối phần tử của bốn ma trận E_1 - E_4, đồng thời

$$W12_{33} = 4iA3_2, W23_{33} = -4iB3_2. \tag{2.11}$$

Chuyển sang các dấu ngoặc hiệu chỉnh và các phần tử của nó $R14_{33}$, $R34_{33}$, $R12_{33}$, $R23_{33}$ chúng ta thu được bốn công thức, trong đó $4iA3_4$, $4iB3_4$, $4iA3_2$, $-4iB3_2$ được biểu diễn qua các phần tử khác trong ma trận cơ sở của đại số được thảo luận. Hơn nữa, các e-khối phần tử của ma trận E_1-E_4 nằm trong cách biểu diễn mới của $4iA3_4$ và $-4iB3_2$. Còn trong công thức $R34_{33}$, $R12_{33}$ chỉ có phần tử $2\left(m_5 + il\right)$ của ma trận E_5. Thay các phương trình (2.10) và (2.11) vào các công thức cũ $A3_4$, $B3_4$, $A3_2$, $B3_2$. Ta nhận được 4 phương trình phức (hoặc 8 phương trình thực) theo khối phần tử của ma trận E_1-E_4 và hai 2 tham số m_5, l chưa biết.

$$R14_{11} + R14_{33} = 0, R14_{21} + R34_{33} = 0,$$
$$R23_{12} - R12_{33} = 0, R23_{22} + R23_{33} = 0.$$

Những phương trình thực này có thể thêm vào hệ phương trình phụ nói trên.

Ghi chú.

Phương trình

$$R14_{33} + R14_{11} = 0, R23_{33} + R23_{22} = 0. \tag{2.12}$$

Phương trình 2.12 chỉ phụ thuộc vào các e-khối phần tử của bốn ma trận cơ bản E_1-E_4. Ta có thể xây dựng 1 thêm phương trình, chỉ phụ thuộc vào ma trận E_1-E_4. Tổng: $R13_{33} + R13_{22} + R13_{11} = 0$ cũng có tính chất như thế.

Theo cách này hệ phương trình phụ được xây dựng chứa 21 phương trình thực. Do đó ta có thể xác định bộ tham số (2.1).

2.3. Định lí 2.1.

Tồn tại một đại số Lie ma trận 5 chiều duy nhất thỏa mãn yêu cầu đa thức $F_3\left(z, \bar{z}, u\right)$ phụ thuộc vào biến u. Cơ sở của nó là các ma trận sau:

$$E_1 = \begin{pmatrix} 4 & -2i & 2i & 1 \\ -2i & 0 & 2 & 0 \\ 4i & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} 4i & 0 & 3 & i \\ 2 & -2i & 3i & 0 \\ 0 & 0 & -2i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_3 = \begin{pmatrix} 2i & 4 & 2 & 0 \\ 0 & -6i & -2i & 1 \\ 0 & 4i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3i & 0 \\ -2i & 2 & 5 & i \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_3 = \begin{pmatrix} 4i & -1 & -1/2 & 0 \\ 4 & -5i & 11i/2 & 0 \\ -2 & 0 & -7i & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2.34)$$

Để chứng minh định lí này trước tiên tìm nghiệm của hệ con (gồm 21 phương trình được xây dựng như trên) cho trường hợp đa thức $F_3\left(z, \bar{z}, u\right)$ phụ thuộc vào biến u. Mỗi nghiệm của hệ con, có thể là nghiệm của bài toán ban đầu hoặc dẫn đến mâu thuẫn. Việc này kiểm tra tương đối dễ dàng, bởi vì phần lớn các tham số trong mỗi nghiệm của hệ con phụ đều bằng không. Bài báo thu được 5 ma trận (2.34). Ta dễ dàng chứng minh rằng các ma trận này là cơ sở của đại số Lie. Kiểm tra điều này, ta hoàn toàn có thể sử dụng máy tính.

3. Kết luận.

Tìm được đại số Lie ma trận năm chiều thỏa mãn yêu cầu đa thức $F_3\left(z, \bar{z}, u\right)$ phụ thuộc vào biến u, tương ứng với nó là bề mặt đồng nhất affine của không gian C^3. Đây là điểm mới so với kết quả đã công bố ở tài liệu tham khảo [8], trong không gian C^2 không tồn tại bề mặt đồng nhất affine với thành phần u không tầm thường của đa thức F_3 trong phương trình chính tắc.

❖ ***Tuyên bố về quyền lợi:*** *Tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] A. B. Лобода, "Об одном семействе аффинно-однородных вещественных гиперповерхностей 3-мерного комлексного просранства," *Известия ВУЗов*, Сер. Математика, - № 10. С. 38-50, 2003.

[2] A. M. Демин, "Пример 2-параметрического семейства аффинно - однородных гиперповерхностей в C3," *Матем. Заметки., 84*(5), С. 791-794, 2008.

[3] M. C. Данилов, "Об аффинной однородности индефинитных вещественных гиперповерхностей пространства," *Матем. Заметки*, Т. 88, № 6. С. 866-883, 2006.

[4] P. H. Гузеев, "О нормальных уравнениях аффинно-однородных выпуклых поверхностей пространства R^3," *Известия вузов*, Математика- N 3, С. 25-32, 2001.

[5] V. K.Beloshapka, I. G. Kossovskiy, "Classification of homogeneous CR- manifolds in dimension 4," *J. Math. Anal*, Appl., *374*(2), pp. 655-672, 2011.

[6] Fels G. W. Kaup, "Classification of Levi degenerate homogeneous CR-manifolds in dimension 5," *Acta Math*, *2010*, pp. 1-82, 2008.

[7] E. Carton, "Sur la geometrie pseudoconforme des hypersurfaces de deux variables complexes," *Ann. Math.Pura*, Appl, *4*(11). pp.17-90 (OeuvresII,2, 1231-1304), 1932.

[8] A. B. Лобода, "Классификация аффинно-однородных невырожденных по Леви вещественных гиперповерхностей пространства C^2," *Совр, проблемы математики и механики, вып*, 3, к 100-летию со дня рождения и, в, Ефимова, м,: Изд-во МГУ,- т. VI, Математика, с. 56-68, 2011.