



Bài báo nghiên cứu

CÁC QUAN NIỆM KHÁC NHAU VỀ KHÁI NIỆM KHÔNG GIAN, KHÔNG GIAN CẢM GIÁC, KHÔNG GIAN VẬT LÝ VÀ KHÔNG GIAN HÌNH HỌC

Trần Phú Điền¹, Lê Văn Tiến^{2*}

¹Trường Phổ thông Năng khiếu – ĐHQG TP HCM

²Trường Cao đẳng Sư phạm Trung ương TP HCM

*Tác giả liên hệ: Lê Văn Tiến – Email: tienlevan@ncehcm.edu.vn

Ngày nhận bài: 01-8-2019; ngày nhận bài sửa: 09-9-2019; ngày duyệt đăng: 15-10-2019

TÓM TẮT

Bài báo trình bày một số quan niệm khác nhau về khái niệm Không gian, đặc biệt là về các khái niệm Không gian cảm giác, Không gian vật lý, Không gian hình học và mối quan hệ cơ bản giữa ba loại không gian này. Đây là những yếu tố cơ sở làm nền tảng cho nghiên cứu vận dụng các kiến thức về không gian và mối quan hệ giữa các loại không gian vào dạy học toán với mục tiêu gắn dạy học với thực tiễn và tăng cường tính liên môn giữa toán và vật lý.

Từ khóa: Không gian; Không gian cảm giác; Không gian vật lý; Không gian hình học

1. Đặt vấn đề

Dạy học gắn với thực tiễn và bảo đảm tính tích hợp, liên môn là một trong những mục tiêu quan trọng trong đổi mới giáo dục ở nhiều nước. Ở Việt Nam, so với các chương trình trước đây, chương trình Giáo dục phổ thông mới 2018 đặc biệt nhấn mạnh hơn mục tiêu này. Mục “Hoạt động thực hành và trải nghiệm” – một sáng tạo sư phạm mới của thể chế, chiếm 5% đến 7% thời lượng chương trình từ tiểu học đến trung học phổ thông – được xem như là một minh chứng rõ nét nhất cho mong muốn gắn kiến thức cần giảng dạy với thực tiễn và tích hợp liên môn với môn học khác.

Làm sao thực hiện và mô tả được sự kết nối giữa tình huống thực tiễn và tình huống học tập trong phạm vi môn Toán nói chung và Hình học nói riêng? Làm sao vận dụng được sự kết nối đó vào dạy học? Tìm câu trả lời cho những câu hỏi này là một vấn đề lớn và thể hiện nhiều lợi ích cho đổi mới dạy học.

Một trong những hướng nghiên cứu vấn đề trên là vận dụng các quan niệm khác nhau về khái niệm Không gian (KG), đặc biệt là các khái niệm Không gian cảm giác (KHCG), Không gian vật lý (KGV L) và Không gian hình học (KGHH), cũng như mối quan hệ giữa chúng để thiết kế các tình huống cho phép kết nối kiến thức hình học với thực tiễn và với vật lý.

Cite this article as: Tran Phu Dien, & Le Van Tien (2019). Different perceptions about the concept of Space, Sensible Space, Physical Space, and Geometric Space. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 16(11), 745-756.

Nhiều công trình khoa học nước ngoài đi theo hướng nghiên cứu trên. Nhưng ở Việt Nam, theo hiểu biết của chúng tôi, Luận văn Thạc sĩ với chủ đề “Dạy học khái niệm Vector đặt trong mối quan hệ của Không gian cảm giác, Không gian Vật lí và Không gian Hình học” mà chúng tôi sắp bảo vệ là công trình đầu tiên. Một phần kết quả của Luận văn là nội dung của bài báo này.

2. Khái niệm không gian

Hầu hết các nhà nghiên cứu đều thừa nhận rằng: Không gian là một khái niệm rất phức tạp, khó có thể mô tả rõ ràng ngay từ đầu. Chẳng hạn, Piaget và Inhelder (1948), trích theo Duroisin (2015) viết: “Vấn đề không gian cực kì phức tạp” (p.77).

Theo Duroisin (2015, p.77), xuất phát từ thuật ngữ Latin “Spatium”, khái niệm KG bao hàm nhiều nghĩa khác nhau dựa trên tính chất đặc thù của nó và việc sử dụng nó trong các lĩnh vực chuyên môn khác nhau. KG có thể là vô hạn, hữu hạn, có tính bề mặt, cục bộ, tưởng tượng, nhất thời, mô phỏng, ảo... và gắn với các lĩnh vực khác nhau (triết học, toán học, lịch sử, địa lí, nghệ thuật...).

Dervillez-Bastuji (1982), trích dẫn bởi Duroisin (2015, p.77) cho rằng, có thể mô tả KG dưới ba góc độ khác nhau sau đây:

❖ KG là “**một thể tích hoặc diện tích bề mặt** có thể tri giác, chiếm giữ hoặc di chuyển”. Theo tác giả, ba hành động này tương ứng với ba lớp “hình thái cơ bản liên quan đến vị trí”, đó là: nhìn, định vị và dịch chuyển.

❖ KG là “**khoảng cách giữa hai đối tượng**”. Chẳng hạn, KG giữa hai hình vuông được biểu diễn trên một tờ giấy, KG giữa hai cây trồng trong vườn...

❖ KG là “**một khoảng thời gian**”. Chẳng hạn, trong âm nhạc: khoảng cách giữa hai nốt nhạc (quãng tám...).

Trong từng lĩnh vực chuyên môn lại có những thuật ngữ, quan niệm khác về KG. Chẳng hạn, theo Duroisin (2015, p.78) nếu đặt trong phạm vi triết học, ta có các quan niệm về KG như:

- Quan niệm của Leibniz: KG là “tập hợp những quan hệ giữa các đối tượng, mà mỗi một trong chúng có thể dùng tham chiếu cho định vị các đối tượng khác”.

- Quan niệm của Dervillez-Bastuji: KG là “một môi trường lí tưởng, được đặc trưng bởi các mặt khách quan của nó, trong đó chúng ta có thể tri giác, và do đó, nó chứa tất cả những yếu tố mở rộng hữu hạn”.

- Quan niệm của Kant nhấn mạnh nhận thức tri giác: KG là “một hệ thống các quy tắc điều chỉnh sự kết hợp các sự vật liên quan tới hình dạng, độ lớn, khoảng cách và cho phép tri giác”.

- Piaget tiếp cận tư tưởng của Kant ở hai điểm: một mặt, Piaget giải thích: “KG chính là tri giác các mối quan hệ giữa các sự vật, sự dịch chuyển của sự vật so với các sự vật khác”; mặt khác, ông nhấn mạnh vai trò của tri giác và biểu tượng liên quan tới KG. Ông cũng phân biệt hai khái niệm này: tri giác đòi hỏi sự tiếp xúc trực tiếp với các đối tượng đang hiện hữu

thông qua các giác quan, trong khi biểu tượng lại cần gọi lại những cái đồng nhất khi sự vật không hiện diện ở đó. Biểu tượng cho phép làm chủ KG tốt hơn.

2. Phân biệt Không gian theo kích cỡ của chúng

Brousseau (1983) và Galvez (1985) phân biệt ba loại KG sau đây tùy thuộc vào “kích cỡ” của KG trong đó chủ thể (cá nhân) tương tác:

❖ **KG vi mô (micro-space):** KG gần và bên ngoài chủ thể. Với các đối tượng cấu thành KG này, chủ thể có thể quan sát và thao tác trực tiếp lên chúng. Nói cách khác, đó là KG của những tương tác gắn với thao tác trên các đối tượng đủ bé và đủ gần.

Brousseau (1983), trích dẫn bởi Berty-Rene và Valérie (2006, p.74) mô tả: trong KG vi mô, trẻ có cái nhìn tổng thể (bao quát), cho phép trẻ xem xét đồng thời toàn bộ và các bộ phận của KG (như KG tờ giấy, KG của các đối tượng trong phạm vi nhỏ mà trẻ có thể dịch chuyển).

❖ **KG trung mô (mésospace):** đó là KG rộng lớn hơn. Trong KG này, chủ thể phải di chuyển mới có cái nhìn bao quát hết KG. Nói cách khác, chủ thể chỉ có cái nhìn tổng thể khi dịch chuyển tới các vị trí khác nhau để tri giác các đối tượng trong KG và ghi nhớ chúng một cách tuần tự. Ví dụ, toàn bộ khuôn viên của một trường phổ thông ở Thành phố Hồ Chí Minh.

❖ **KG vĩ mô (macro-space):** KG vô cùng rộng lớn. Chủ thể không thể tri giác tổng thể nó, không có khả năng kiểm soát toàn bộ KG như trong KG vi mô hay trung mô. Nó đặt ra vấn đề về xác định vị trí và định hướng. Do đó, tất yếu phải có các biểu diễn thu nhỏ và sơ đồ hóa. Chẳng hạn, trường hợp của không gian thiên văn, trong đó người ta không thể can thiệp lên vị trí của các hành tinh, Mặt Trời.

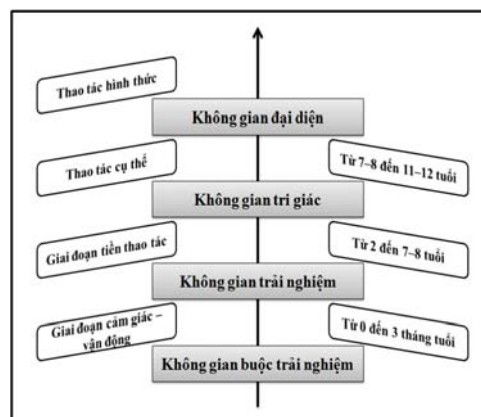
3. Cấu trúc KG nhìn từ góc độ tâm lý

Các kết quả trong mục này được tổng hợp từ Duroisin (2015), Phan Trong Ngo (2001).

Sơ đồ của Duroisin (2015, p.83) thể hiện tiến triển của cấu trúc KG theo các giai đoạn phát triển tâm lý của trẻ (Hình bên).

a) Từ KG buộc trải nghiệm đến KG trải nghiệm (từ khi sinh đến 2 tuổi)

Lúc mới sinh ra đến khoảng tháng thứ 3, dù được bế trên tay hay đặt ngò trong xe đẩy, đứa bé đều trải qua những chuyển động mà những người xung quanh áp đặt lên trẻ, nghĩa là trẻ “buộc” phải trải nghiệm. Theo Piaget, lúc này đứa bé chưa có hành động và trí khôn, mà chỉ có một số cảm giác và cử động được thực hiện bởi cấu trúc bên trong có tính chất sinh học của các phản xạ. Với điều kiện được tiếp xúc với môi trường như vậy, các KG cảm giác như thị giác, khứu giác, thính giác và xúc giác cho phép trẻ tìm hiểu các yếu tố gần nhất, bao gồm cảnh vật và / hoặc con người. Ta nói lúc



này trẻ đang tiếp cận với **KG buộc trải nghiệm (espace subi)**.

Tiếp theo **KG buộc trải nghiệm** là **KG trải nghiệm** hay đôi khi còn được gọi là **không gian cảm giác – vận động** (espace sensori-moteur), ứng với giai đoạn cảm giác – vận động trong phát triển tư duy ở trẻ, được đặc trưng bởi sự hình thành và phát triển cảm giác, hành vi và cử động.

Bằng cách di chuyển và thao tác với các đối tượng đang hiện hữu của KG, đứa trẻ có thể sinh hoạt thể chất trong không gian nhưng chưa thể phân tích nó. Năng lực nhận thức (hiểu biết) đang ở dạng cảm giác – vận động, luôn gắn hành động, nghĩa là sự vận động của cơ thể. Đó là nhận thức không cần suy nghĩ (tư duy), không cần biểu tượng.

b) Từ KG trải nghiệm tới KG tri giác (2 đến 7-8 tuổi)

Từ 2 tới khoảng 7-8 tuổi, trẻ chuyển từ **KG trải nghiệm** sang **KG tri giác**, ứng với giai đoạn tiền thao tác. Qua trải nghiệm sống, trẻ bắt đầu có tri giác về KG, mà không cần tới sự trải nghiệm đồng thời của cơ thể. Chẳng hạn, trẻ bắt đầu có **hành động biểu trưng** trong trò chơi biểu trưng (ví dụ, miệng nhai tượng trưng cho hành vi ăn, dùng ghế thay cho con ngựa...). Nói cách khác, mầm mống của **biểu tượng** bắt đầu hình thành và phát triển. Trẻ bắt đầu nuôi dưỡng được những suy nghĩ về các đối tượng hoặc sự việc cả khi chúng không hiện diện, tức có bước chuyển từ hành động thực tới hành động nội hiện (diễn ra trong đầu).

c) Từ KG tri giác tới KG đại diện (7-8 tuổi đến 11-12 tuổi)

Từ khoảng 7 tuổi đến 11-12 tuổi, trẻ chuyển từ **KG tri giác** tới **KG đại diện**, hay KG đã biết (Espace connu) như cách gọi của Lièvre và Staes (2006), KG đại diện tương ứng với *giai đoạn thao tác cụ thể*¹. Lúc này trẻ có thể tri giác KG mà không cần di chuyển trong KG. Đó là các thao tác tư duy cụ thể, theo nghĩa chúng luôn phải dựa trực tiếp trên các đối tượng tri giác (suy luận luôn gắn với nội dung).

Trong giai đoạn này, nếu trẻ thực hiện các hành động trí tuệ thì tư duy của trẻ cũng chưa hoàn toàn độc lập với các đối tượng tri giác được. Nói cách khác, “những thao tác (trí tuệ) đầu tiên luôn gắn với hành động và trực tiếp dựa trên các đối tượng cụ thể đang hiện diện hoặc những đối tượng đại diện nhất thời” (Duroisin, 2015, p.82).

Chẳng hạn, ở bậc tiểu học, trẻ tiếp cận các khái niệm điểm, đoạn thẳng, đường thẳng bằng cách vẽ chúng trên giấy và gọi tên, nhận biết. Một điểm được xem như là một vết chấm, một đoạn thẳng được hình thành từ việc dùng thước kẻ thẳng để nối hai chấm khác nhau trên giấy, còn đường thẳng được tạo thành từ việc kéo dài cả hai đầu của đoạn thẳng. Những nét chấm hay các đường nét được vẽ trên giấy là những đối tượng đại diện cho các kiến thức mà trẻ đang được tiếp nhận, bản thân tờ giấy cũng được xem như là một đại diện. KG đại diện lúc này là những gì thể hiện trong phạm vi tờ giấy để trẻ có thể hình dung một cách cụ thể, rõ ràng về các khái niệm điểm, đoạn thẳng hay đường thẳng.

¹ Thao tác ở đây hiểu là thao tác tư duy

Giai đoạn thao tác hình thức (từ 11-12 tuổi)

Trẻ bắt đầu có suy nghĩ, thực hiện các thao tác tư duy mà không nhất thiết phải dựa trên vật cụ thể (tư duy hình thức). Tư duy hình thức này giải phóng suy luận khỏi nội dung. Trẻ có thể suy luận dựa trên các mệnh đề, các giả thuyết đơn giản, không còn phụ thuộc hoàn toàn vào đối tượng vật chất cụ thể.

4. Không gian cảm giác, không gian vật lí, không gian hình học

Nội dung mục này được tổng hợp từ Duroisin (2015), Berthelot và Salin (1992), Berty-Rene và Valérie (2006).

Trước hết cần lưu ý rằng, khái niệm KGVL ở đây được hiểu là KG của khoa học vật lí hay môn học Vật lí. Bởi vì, những phân tích dưới đây cho thấy, một số tác giả gọi KGCG là KGVL, nhưng không phải theo nghĩa KGVL của khoa học hay môn Vật lí.

4.1. Khái niệm

a) Không gian cảm giác

Poincaré (1943), được trích dẫn bởi Berthelot và Salin, (1992) và Duroisin, (2015), định nghĩa KGCG (espace sensible) mà ông cũng gọi là KG thực (espace réel) như sau:

“KGCG là KG linh hội được bằng các giác quan, được xác định thông qua các KG thị giác, xúc giác và vận động, khi mà chủ thể tiếp xúc”; “KG này không đẳng hướng, không đồng nhất, cũng không vô hạn trong nhận thức của chủ thể”.

Tương tự, Chevallard (1990), trích dẫn bởi Berty-Rene, Valérie, (2006, p.74) cũng quan niệm: “KG cảm giác là KG bao hàm những đối tượng có thể nhận thức qua các giác quan”.

Trích đoạn sau của Duroisin (2015) cho thấy một số tác giả gọi KGCG là KGVL:

“KGCG, mà Labord (1998) gọi là KGVL, là đối tượng của tri giác trực tiếp, cũng có thể được nhận thức bằng các dụng cụ” (p.91).

“Các tác giả làm rõ rằng, tồn tại những khác biệt giữa các tình huống và vấn đề KG với các tình huống và vấn đề hình học. Họ chỉ ra rằng, những tình huống KG dựa trên KGVL, còn gọi là KGCG hay KG thực...” (p.97).

Trong mục b, chúng tôi sẽ giải thích vì sao có sự đồng nhất này.

b) Không gian vật lí

Chevallard (1990), trích dẫn bởi Berty-Rene và Valérie (2006, p.74) định nghĩa: “KGVL là không gian **được thiết lập**, là nơi ta có thể thao tác với các đối tượng được **khái niệm hóa** (tia sáng, đường nhám...)”.

Ví dụ: Tia sáng là một đối tượng của vật lí, đã thoát khỏi các đối tượng vật chất. Nó là một khái niệm do con người nghĩ ra (quan niệm hóa, khái niệm hóa) nhằm mô tả một tính chất chung (quy luật chung) của ánh sáng: Ánh sáng truyền theo đường thẳng, không phân biệt đó là ánh nắng của Mặt Trời, ánh trăng hay ánh đèn...

“Đường truyền của ánh sáng biểu diễn bằng một đường thẳng có hướng gọi là tia sáng” (Nguyen Ba Ngọc, 2018).

Như đã nói ở trên, KGVL ở đây là KG trong khoa học, môn học Vật lí. Do đó, cần thiết làm rõ khái niệm Vật lí để hiểu hơn KG này.

“Vật lí: Khoa học nghiên cứu những tính chất tổng quát của vật chất trong không gian và thời gian, và thiết lập các quy luật cho phép giải thích các hiện tượng tự nhiên” (*Le petit Larousse*, Edition Larousse – Bordas 1999).

Vật lí học (tiếng Anh: Physics, từ tiếng Hi Lạp cổ: φύσις có nghĩa là kiến thức về tự nhiên) là một môn khoa học tự nhiên tập trung vào nghiên cứu vật chất và chuyển động của nó trong không gian và thời gian, cùng với những khái niệm liên quan như năng lượng và lực.

(Wikipedia, 2019)

Vật lí học nghiên cứu những tính chất đơn giản và khái quát nhất của thế giới vật chất, những quy luật xác định cấu trúc của vật chất và vũ trụ dựa vào vật chất và năng lượng chứa trong vũ trụ. Các quy luật ấy không liên quan đến những biến đổi hóa học, mà liên quan đến các lực tồn tại giữa các vật và mối quan hệ tương hỗ giữa vật chất và năng lượng.

(Ministry of Education and Training, 2002)

Để phân biệt rõ hơn KGVL của khoa học vật lí với KGCG (cả khi nó được gọi là KGVL), ta phân tích những quan niệm sau:

Theo Laborde (1988), trích dẫn bởi Duroisin (2015, p.92): “KGVL chính là KGCG mà đối tượng tri giác trực tiếp cũng có thể nhận thức được bằng các công cụ”.

Theo *Wikipedia* (2019):

Thế giới cảm giác, theo nghĩa chặt, đơn giản là những gì có thể tiếp cận được bằng năm giác quan. Vật lí, theo Aristotle, là cái chứa trong chính nó một nguyên tắc chuyển động và đứng yên. [...]. **Thế giới cảm giác và thế giới vật lí chắc chắn có thể trùng khớp, nhưng thực ra ra định nghĩa của chúng không giống nhau.**

Hai quan niệm trên cho thấy, về mặt vật chất, KGCG và KGVL có thể đồng nhất. Điểm khác biệt là ở chỗ, nếu cũng trong KGCG ấy, chủ thể tiếp cận nó, tìm hiểu nó, nghiên cứu nó qua sự khái niệm hóa các đối tượng, các quy luật... thì đó là KGVL (của khoa học vật lí). Chẳng hạn, trong KGCG này, chủ thể không còn tri giác trực tiếp ánh sáng, ánh đèn... chiếu qua kẽ lá như là những đối tượng riêng lẻ, mà kết hợp chúng vào một “tư tưởng tổng quát, trừu tượng” dưới khái niệm “tia sáng” (đường truyền của ánh sáng biểu diễn được bằng một đường thẳng có hướng), và đi tìm hiểu các tính chất của “đối tượng được khái niệm hóa” này, thì có thể nói chủ thể đang tiếp cận KGVL.

Những trích dẫn sau xác nhận thêm nhận định trên:

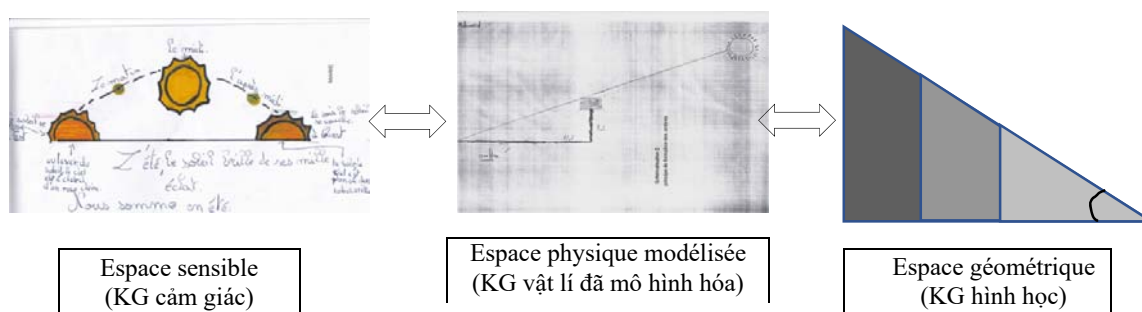
Chúng ta có thể nói rằng nhà vật lí thao tác trên các đối tượng thực. Nhưng, rất nhanh chóng, họ rời khỏi phạm vi thí nghiệm trên các đối tượng của thế giới thực để suy luận trên những đối tượng có bản chất rất khác như điện trở, đường biểu diễn nó đặc trưng cho áp lực – cường độ... Ví dụ, từ "điện trở" không biểu thị cho đối tượng vật chất là "thành phần điện", mà biểu thị lớp các đối tượng có đặc tính tuân theo định luật Ohm. Phân biệt các đối tượng thực với các đối tượng trừu tượng luôn là một khó khăn rất lớn, mà nhà vật lí thường lẫn lộn chúng” (Malafosse, & Lerouge, 2001, p.10).

“Đó là hai thế giới phân biệt: Thế giới vật lí là cái gì đó diễn ra thường xuyên. Thế giới cảm giác, đó là những dữ liệu nhất thời của cảm giác, không thường xuyên”. (Russell, 2002). “Các quy luật của vật lí không gắn với thế giới thực mà với một thế giới lí tưởng hóa”. (Deleze, 2001, p.3).

c) Không gian Hình học

Chevallard (1990), trích dẫn bởi Berty-Rene, Valérie (2006, p.74) định nghĩa “KGHH cũng là không gian **được thiết lập**, cấu thành từ các đối tượng như là điểm, đường thẳng, đường tròn, hình cầu...”.

Ta có thể hiểu rõ hơn phần nào sự khác biệt giữa ba loại KG trên, từ các minh họa sau đây (Perrin-Glorian và Godin, 2018, p.89).



Các hình trên minh họa bước chuyển từ sản phẩm của học sinh trong quá trình xử lí các tình huống, xuất phát từ tình huống khởi đầu là: Mô tả hành trình của Mặt Trời trong một ngày. Mục tiêu cuối cùng là hình thành khái niệm góc với các nghĩa khác nhau, thông qua việc nối khớp KGCG, KGVL và KGHH.

Thật ra, các hình minh họa trên là các mô hình (model) của 3 loại KG, chứ không phải là KG thực ban đầu. Nhưng phần nào làm rõ hơn những phân tích ở các mục trên.

4.2. Phân biệt ba loại không gian từ đối tượng của chúng

Phân tích ở mục 3 và nghiên cứu của Perrin-Glorian, Godin (2017, p.3) cho thấy:

- Đối tượng trong KGCG là các đối tượng vật chất, có thể nhận thức được (tri giác được) qua các giác quan.
- Đối tượng trong KGVL là các đối tượng đã được khái niệm hóa, mô tả các hiện tượng chung, các quy luật của các đối tượng vật chất và chuyển động của chúng (lực, năng lượng, tia, tia khúc xạ...). Dù vật lí xuất phát từ đối tượng vật chất của thế giới cảm giác, nhưng nhanh chóng đi vào đối tượng khái niệm hóa của vật lí.
- Đối tượng trong KGHH là các đối tượng khái niệm hóa, mà đối tượng vật chất chỉ là những đại diện (điểm, đường thẳng...).

“Đối tượng của toán học không còn nhận thức trực tiếp bằng tri giác, hoặc từ những trải nghiệm trực quan nhất thời, tức từ những đối tượng được gọi là “thực” hay “vật lí”” (Malafosse, & Lerouge, 2001, p.131).

4.3. Phân biệt ba loại KG từ đặc trưng của tình huống, bài toán, cách hợp thức

Khi nghiên cứu các công trình của Berthelot và Salin (1993-1994), Gobert (2007), Perrin-Glorian et al. (2013), Duroisin (2015, p.97) làm rõ đặc trưng của các tình huống, bài toán và cách hợp thức trong mỗi loại KG như sau:

Trong khi với các bài toán KG, một cá nhân có thể huy động những phương tiện ngoài toán học (chẳng hạn, sử dụng các dụng cụ kiểm tra, thử sai...), thì việc nắm được các kiến thức hình học đòi hỏi phải dùng các tính chất toán học (công thức, định lý...). Như vậy, các tác giả làm rõ rằng, tồn tại những khác biệt giữa các tình huống và bài toán KG với các tình huống và bài toán hình học. Họ chỉ ra rằng, những tình huống KG dựa trên **KGVL**, còn gọi là **KGCG hay KG thực**, cũng như trên các đối tượng có thể nhận thức trực tiếp; những tình huống này cho phép cấu trúc nên KG. Nói cách khác, những mối quan hệ giữa cá nhân và các đối tượng, giữa các đối tượng với nhau, giữa các cá nhân với nhau được lĩnh hội qua các tình huống KG. Trong mối quan hệ trực tiếp với các tình huống KG, các bài toán KG cũng gắn với KGCG và được giải quyết bằng cách thực hiện các hành động (gấp, dựng, di chuyển, cắt, vẽ...) hoặc thông báo các hành động này cùng với các ghi nhận rút ra sau khi hành động. Việc giải quyết bài toán KG thuộc về giải pháp kinh nghiệm, được hợp thức bằng cách so sánh kết quả đạt được và kết quả mong muốn.

Liên quan tới các tình huống hình học, chúng đặt ra sự tương tác giữa một chủ thể (nhà toán học) với một KG được quan niệm hóa, không còn là KGVL. Trong khi các bài toán KG được giải quyết bằng kinh nghiệm, thì các bài toán hình học đòi hỏi những giải pháp phải được chứng minh.

Như vậy, cách thức hợp thức hóa kết quả trong mỗi loại KG là khác nhau:

❖ Trong KGCG: so sánh kết quả đạt được với kết quả mong muốn bằng kiến thức kinh nghiệm và tri giác trực tiếp.

❖ Trong KGHH: kết quả chỉ được hợp thức bởi suy luận diễn dịch.

❖ Trong KGVL: kết quả được hợp thức bởi phương pháp thực nghiệm đặc thù của khoa học vật lý (một khoa học thực nghiệm) hoặc bởi kiến thức vật lý, mà bản thân kiến thức này cũng đã được hợp thức hóa bằng phương pháp thực nghiệm thể hiện chủ yếu qua mô tả các bước sau đây của Develay (1989):

+ Xác định vấn đề

+ Đặt ra các giả thuyết

+ Kiểm tra giả thuyết bằng thực nghiệm (thiết lập và tiến hành các thử nghiệm, xử lý số liệu thực nghiệm, giải thích kết quả).

+ Kết luận: kết quả của bước 3 thường cho phép xác nhận các giả thuyết ban đầu và dẫn tới việc hình thành các khái niệm, các quy luật, các lý thuyết, các mô hình (nghĩa là kiến thức). Đôi khi nó dẫn tới loại bỏ một số hoặc tất cả các giả thuyết.

Sau đây là ví dụ minh họa cho sự khác biệt này về cách thức hợp thức hóa (trích từ thực nghiệm trong Luận văn sắp bảo vệ của tác giả Tran Phu Dien):

Hoạt động 1: Một bập bênh đang ở trạng thái thăng bằng. Mỗi nhóm cử ngẫu nhiên hai bạn A và B có cân nặng hơn kém rõ rệt ngồi lên bập bênh. Bạn A có cân nặng nhẹ hơn lên trước và

ngồi cố định ở một đầu mút của bập bênh. Bạn B lên sau và ngồi ở phía còn lại. Nhiệm vụ của B là ngồi lên bập bênh sao cho bập bênh thăng bằng trở lại.

Hoạt động 2: Một bập bênh đang ở trạng thái thăng bằng. Mỗi nhóm cử ngẫu nhiên hai bạn C và D có cân nặng hơn kém rõ rệt ngồi lên bập bênh (cặp C, D này không trùng với các cặp đã tham gia trong hoạt động 1 và 2). Bạn C có cân nặng nhẹ hơn lên trước và ngồi cố định ở một đầu mút của bập bênh. Bạn D lên sau và ngồi ở phía còn lại. Làm sao để bạn D chỉ cần **ngồi đúng một lần duy nhất** lên bập bênh thì bập bênh thăng bằng trở lại?

Vật liệu được phát cho các nhóm: giấy A4, bút viết, thước thẳng kẻ vạch, thước dây, cân điện tử và máy tính Casio.

Hoạt động 3:

a) Điền số liệu mà nhóm đã thu thập được trong hoạt động 2 vào các dòng sau:

+ Cân nặng của bạn C: $m_C = \dots$ (kg)

+ Cân nặng của bạn D: $m_D = \dots$ (kg), với $m_C < m_D$

+ Chiều dài của bập bênh: $l = \dots$ (m)

b) Từ các số liệu đã có trong câu a, hãy giải bài toán sau:

Hai bạn C, D có cân nặng lần lượt là m_C và m_D (kg), với $m_C < m_D$. Biết bạn C ngồi ở một đầu mút của bập bênh, bạn D ngồi ở bên còn lại. Chiều dài của bập bênh là l (m). Xác định vị trí của D trên bập bênh để bập bênh thăng bằng và phân tích các lực đặt lên từng vật trong hệ. Bỏ qua khối lượng bập bênh.

Hoạt động 4: Cho hai điểm phân biệt O và C . Biết D là điểm thỏa:

$$|\overrightarrow{CC'}| \cdot \overrightarrow{OC} + |\overrightarrow{DD'}| \cdot \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

Trong đó, $\overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{DD'}$ (khác $\vec{0}$) là các vector cùng hướng, có giá vuông góc với OC .

a) Từ các số liệu mà nhóm đã thu thập được trong hoạt động 2, giả sử:

$$|\overrightarrow{CC'}| = 10m_C, \quad |\overrightarrow{DD'}| = 10m_D, \quad OC = \frac{1}{2}l.$$

Hãy xác định điểm D và tính OD .

b) Cho biết vị trí của D tìm được trong *Hoạt động 2*, *Hoạt động 3* và *Hoạt động 4* có trùng nhau hay không? Nếu có giải thích vì sao.

Với Hoạt động 1, học sinh (HS) được đặt trong KGCG. Giải pháp đầu tiên mà HS nghĩ đến là: B ngồi lên bập bênh và xô dịch qua lại cho đến khi bập bênh cân bằng. Đánh giá giải pháp này phụ thuộc vào kết quả “Bập bênh có cân bằng trở lại không?” sẽ được hợp thức (xác nhận) bằng kiến thức kinh nghiệm: sự cân bằng được xác nhận bằng tri giác (chẳng hạn: bằng mắt hoặc thậm chí bằng tay sờ vào bập bênh với một người khiếm thị).

Giải pháp tối ưu để giải quyết vấn đề trong Hoạt động 2 (với ràng buộc chỉ được ngồi một lần duy nhất), HS phải chuyển vào KGVN: vẽ sơ đồ trên giấy và dùng kiến thức vật lý để tìm ra chính xác vị trí mà D sẽ ngồi để bập bênh trở lại cân bằng. Trong trường hợp này, có 3 cách hợp thức kết quả, tức xác nhận vị trí vừa tìm cho D chính xác hay không:

+ Hợp thức bằng kiến thức kinh nghiệm trong KHCG: Đánh dấu lên bập bênh vị trí vừa tìm được, D ngồi lên bập bênh đúng vị trí đó. Tri giác trực tiếp kết quả bập bênh có cân bằng hay không?

+ Hợp thức bằng kiến thức vật lí: Chỉ cần giải thích bằng kiến thức vật lí mà D không nhất thiết phải ngồi thử lên bập bênh. Cụ thể, để giải quyết vấn đề trong Hoạt động 2, trước hết HS cần xác định cân nặng (kg) của bạn C và D (m_1 và m_2), khoảng cách từ vị trí C ngồi tới trụ đỡ (d_1). Vấn đề là tìm khoảng cách d_2 từ vị trí D cần ngồi tới trụ đỡ. Sau đây là một cách tính:

$$P_1 = m_1.g = 10m_1 \text{ (N)}; P_2 = m_2.g = 10m_2 \text{ (N)}$$

⇒ Các lực tác dụng lên bập bênh: $F_1 = 10m_1 \text{ (N)}; F_2 = 10m_2 \text{ (N)}$

$$\text{Áp dụng quy tắc momen, ta có: } F_1.d_1 = F_2.d_2 \Leftrightarrow d_2 = \frac{F_1.d_1}{F_2}$$

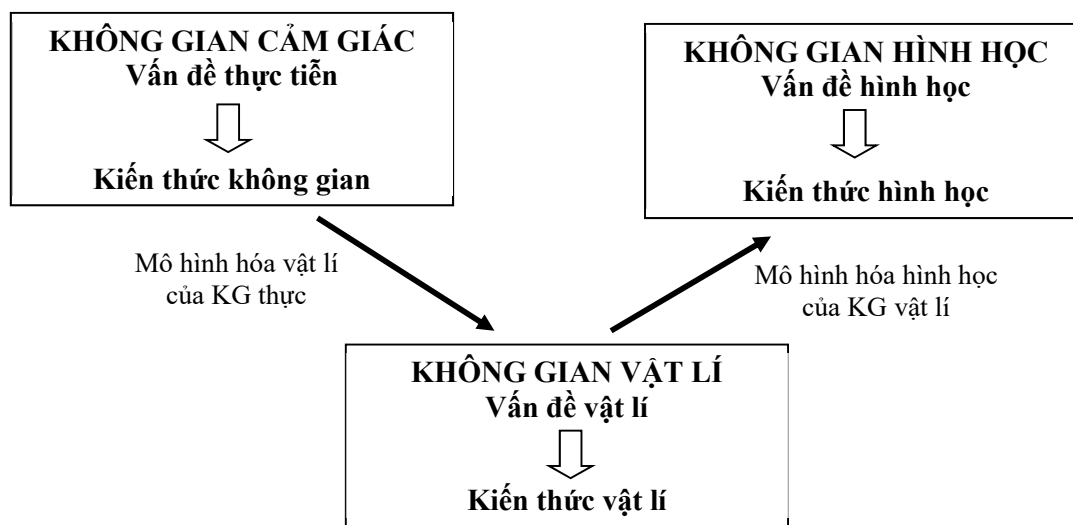
+ Kết hợp cả hai cách hợp thức trên

Với Hoạt động 4, trước hết HS được đặt trong phạm vi của KGHH nhưng trong mối liên hệ với KGVL để xác định D. Kết quả xác định D được hợp thức bằng suy luận diễn dịch. Sau đó, họ phải khám phá ra mối liên hệ giữa các kiến thức vật lí và kiến thức hình học đã được sử dụng.

Do phạm vi có hạn của bài báo, chúng tôi không trình bày chi tiết kịch bản gắn với các hoạt động trên để hiểu được: làm thế nào HS có thể thiết lập mối liên hệ này.

4.4. Quan hệ cơ bản giữa ba loại không gian

Munier và Merle (2009), minh họa một kiểu quan hệ cơ bản giữa KGCG, KGVL và KGHH đặt trong ngữ cảnh dạy học Toán:



Mục tiêu nghiên cứu của Munier và Merle (2009) là làm sao cho HS tạo ra mối liên hệ giữa kiến thức không gian và kiến thức hình học, bắt đầu từ thế giới tri giác và sử dụng nó để xây dựng thế giới hình học. Tuy nhiên, khó khăn trực tiếp từ không gian tri giác sang không gian hình học, dẫn họ tới việc tìm kiếm các tình huống vật lí có khả năng giúp HS có được các khái niệm hình học. Cách tiếp cận này đòi hỏi phải thiết lập các tình huống vấn đề trong đó có sự tương tác giữa KGCG, KGVL và KGHH như đã thể hiện trong sơ đồ trên.

Chính trong công trình này Munier và Merle (2009) đã hợp thức hóa giải thuyết nghiên cứu sau: “Việc giải quyết các vấn đề vật lí, thông qua các hoạt động mô hình hóa không gian cảm giác, cho phép học sinh xây dựng các khái niệm hình học”.

5. Kết luận

Những quan niệm khác nhau về KG, KGCG, KGVL, KGHH như đã trình bày ở trên là cơ sở cho nhiều nghiên cứu về dạy học Hình học nói riêng và dạy học Toán nói chung, đặc biệt là trong việc thiết kế các tình huống dạy học.

Rõ ràng rằng, các tình huống dạy học phụ thuộc trước hết vào đặc trưng tâm lí lứa tuổi của HS. Lựa chọn hoạt động đặt trong KG vi mô, KG trung mô hay KG vĩ mô có thể được sử dụng như các giá trị của biến dạy học – đặc trưng quan trọng của một tình huống dạy học. Còn, việc khai thác mối quan hệ giữa KGCG, KGVL và KGHH định hướng cho việc thiết kế các tình huống không chỉ cho phép gắn dạy học toán với thực tiễn, mà còn đảm bảo mục tiêu dạy học theo quan điểm tích hợp liên môn.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Berty-Rene, L., & Valérie, M. (2006). *L'utilisation d'un problem spatial en astronomie peut-elle favoriser l'apprentissage du concept d'angle?*. Grand N77.
- Berthelot, R., & Salin, M-H. (1993-1994). *L'enseignement de la geometrie a l'ecole primaire*. Grand N53.
- Brousseau, G. (1983). *Etudes de questions d'enseignement. Un exemple: la géométrie*. Communication présentée au Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble.
- COPIRELEM, Commission permanente des I.R.E.M. pour l'enseignement élémentaire (2003). *Actes du XXX^{ème} Colloque national des Professeurs et Formateurs de Mathématiques chargés de la formation des maîtres*. IREM de Marseille Université de la Méditerranée.
- Délèze, M. (2001). *La connaissance du monde physique*, Retrived from <https://www.deleze.name/marcel/physique/epistemologie/connaissance.pdf>
- Dersoir, A. (2015). *L'espace et la géométrie à l'école primaire: comment enseigner la géométrie dans l'espace à l'école primaire?* Mémoire de Master 2, Université du Maine.
- Duroisin, N. (2015). *Quelle place pour les apprentissages spatiaux à l'école? Etude expérimentale du développement des compétences spatiales des élèves âgés de 6 à 15 ans*. Thèse de doctorat, Univerisité du Mons.
- Develay, M. (1989). *Sur la méthode expérimentale*. ASTER Nc8. 1989. Expérimenter, modéliser, INRP, 29, rue d'Ulm. 75230, Paris Cedex 05.
- Galvez, G. (1985). *Une proposition pour l'enseignement de la géométrie à l'école primaire*. Thèse de doctorat, Centre d'investigation de l'IPN, Mexico.

- Kourkoulos, M., Troulis, G., & Tzanakis, C. (2006). *Proceedings of 4th International Colloquium on the Didactics of Mathematics*, volume II, Université de Crète.
- Le petit Larousse*, Edition Larousse – Bordas 1999.
- Ministry of Education and Training (2002). *Physics 10 [Vat li 10]*. Piloted textbook - Department of Natural Science. Education Publisher.
- Munier, V., & Merle, H. (2009). *Interdisciplinary approaches to teaching the concept of angle in elementary school*. *International Journal of Science Education*, 31(4), 1857-1895.
- Malafosse, D., Lerouge, A. (2001). *Une étude inter-didactique Mathématique/Physique à un projet de formation initiale des professeurs des collèges et des lycées*. ASTER N° 32. 2001. *Didactique et formation des enseignants*, INRP, 29, rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 05.
- Nguyen Ba Ngoc (2018). *What is the light ray, what is light beam?* [The nao là tia sang, the nao la chum sang?]. Retrieved from <https://hoc247.net/hoi-dap/vat-ly-7/the-nao-la-tia-sang-the-nao-la-chum-sang-faq431749.html>
- Perrin-Glorian, M-J., & Godin, M. (2018). *Géométrie plane: pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège*. Archives-Ouvertes (HAL).
- Phan Trong Ngo (2001). *Intellectual Psychology [Tam li hoc tri tue]*. Editions of the National University of Hanoi.
- Russell. B. (2002). *La Méthode scientifique en philosophie*. Editeur Payot.
- Wikipedia (2019). *Monde physique*, Retrieved from https://fr.wikipedia.org/wiki/Monde_physique
- Wikipedia (2019). *Physics [Vật lí học]*. Retrieved from https://vi.wikipedia.org/wiki/Vat_li_hoc

**DIFFERENT PERCEPTIONS ABOUT THE CONCEPT
OF SPACE, SENSIBLE SPACE, PHYSICAL SPACE, AND GEOMETRIC SPACE**

Tran Phu Dien¹, Le Van Tien^{2*}

¹*Gifted High School – National University Ho Chi Minh City*

²*National college of education in Ho Chi Minh City*

**Corresponding author: Le Van Tien – Email: tienlevan@ncehcm.edu.vn*

Received: August 01, 2019; Revised: September 09, 2019; Accepted: October 15, 2019

ABSTRACT

The paper presents a number of different perceptions about the concept of Spaces, especially the concepts of Sensible Space, Physical Space, Geometric Space and the basic relationship between these three types of space. These are fundamental elements for research to apply spatial knowledge and the relationship between types of spaces into teaching mathematics with the goal of linking teaching with reality and enhancing the interdisciplinary relation between mathematics and physics

Keywords: Space; Sensible Space; Physical Space; Geometric Space