TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH
TẠP CHÍ KHOA HỌC
KHOA HỌC GIÁO DỤC
Tập 14, Số 10 (2017): 28-38
ISSN: 1859-3100

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION
JOURNAL OF SCIENCE
EDUCATION SCIENCE
Vol. 14, No. 10 (2017): 28-38

Email: tapchikhoahoc@hcmue.edu.vn; Website: http://tckh.hcmue.edu.vn

BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ TRONG BỐI CẢNH ĐÁNH GIÁ BẰNG HÌNH THỨC TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

***Lê Thái Bảo Thiên Trung*[1*]*, Lê Thị Bích Siêng*[2]**

[1] *Khoa Toán - Tin học – Trường Đại học Sư phạm TP Hồ Chí Minh*

[2] *Trường THPT An Mỹ, Bình Dương*

Ngày nhận bài: 14-9-2017; ngày nhận bài sửa: 09-10-2017; ngày duyệt đăng: 18-10-2017

TÓM TẮT

Bài toán khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (KSHS) đã luôn xuất hiện trong các đề thi Tốt nghiệp trung học phổ thông, Tuyển sinh cao đẳng - đại học và THPT Quốc gia từ năm 2016 trở về trước. Trong bối cảnh đánh giá bằng hình thức trắc nghiệm khách quan được Bộ Giáo dục và Đào tạo triển khai trong năm học 2016 - 2017, bài toán này buộc phải chia nhỏ thành những bài toán thành phần. Trong đó, nhiệm vụ đọc bảng biến thiên (BBT) đặt ra nhiều khó khăn đối với học sinh vì không có phần lí thuyết rõ ràng về cách đọc các bảng biến thiên trong các sách giáo khoa hiện hành. Trong bài báo này, chúng tôi quan tâm nghiên cứu quan niệm của học sinh về cực trị, giá trị lớn nhất (GTLN) và giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số khi đọc một BBT cho trước.

Từ khóa: hàm số, bảng biến thiên, cực trị, giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

ABSTRACT

Table of variable of function in the context of multiple choice tests

The problem of study of a function and graphing has always been present in high school graduation exams and entrance examination for universities before 2016. In the context of multiple choice tests conducted by the Ministry of Education and Training in the school year 2016 - 2017, this problem has been subdivided into component problems. The task of reading the table of variable of function poses many difficulties for the student because there is no clear theory about how to read a table of variable in the current textbook. In this paper, we are interested student conceptions about the extremes, maximum and minimum values of functions when they reada given table of variation.

Keywords: function, table of variation, extreme values, maximum and minimum values.

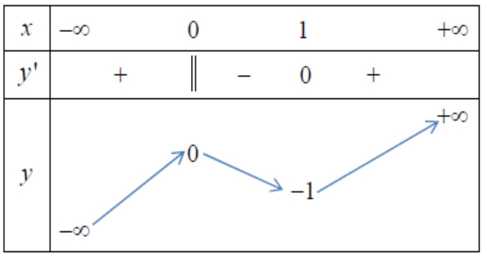
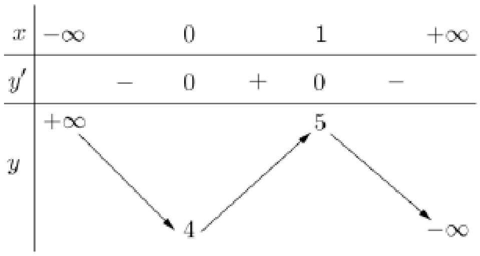
1. Đặt vấn đề

Trước năm học này, bài toán KSHS luôn xuất hiện và giới hạn ở 4 dạng hàm số: Hàm đa thức bậc 3; hàm đa thức bậc 4; các hàm phân thức hữu tỉ (bậc 1 trên bậc 1và bậc 2 trên bậc 1). Theo quy trình khảo sát trong sách giáo khoa Giải tích 12 (bộ chuẩn, trang 31), BBT xuất hiện sau khi đã thực hiện các bước khảo sát hàm số như: tìm tập xác định, tính đạo hàm, tìm nghiệm của đạo hàm hoặc các điểm không tồn tại đạo hàm; xét dấu đạo hàm,

[*] Email: *letbttrung@gmail.com*

tìm cực trị, tính giới hạn hàm số tại các vô cực... Sau khi lập BBT, chúng ta mong đợi học sinh (HS) dựa vào BBT để vẽ đồ thị hàm số. Tuy nhiên, nghiên cứu của Nguyễn Thị Tuyết Lan (2013) đã chỉ ra rằng HS không thật sự dựa vào BBT để vẽ đồ thị hàm số (vì HS thường học thuộc hình dạng đồ thị của 4 kiểu hàm số đã nêu). Bằng chứng là nhiều HS tính sai nhiều yếu tố quan trọng trên BBT nhưng vẫn vẽ đúng đồ thị hàm số.

Quan sát các đề thi trắc nghiệm minh họa môn Toán cho kì thi THPT Quốc gia của Bộ Giáo dục và Đào tạo (10/2016 và 5/2017), chúng tôi trích ra hai câu hỏi sau đây:

Đề thi minh họa lần 1 (10/2016)	**Đề thi minh họa lần 3 (5/2017)**
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên **R** và có bảng biến thiên:  Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng: A. Hàm số có đúng một cực trị. B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1. C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1. D. Hàm số đạt cực đại tại x=0 và đạt cực tiểu tại x=1.	Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ :  Mệnh đề nào dưới đây đúng: A. $y_{CĐ}=5$ B. $y_{CT}=0$ C. $\min\limits_{R} = 4$ D. $\max\limits_{R} = 5$

Từ các câu hỏi này và giới hạn trong nghiên cứu của mình, chúng tôi phát biểu thành một kiểu nhiệm vụ mới (so với các dạng bài tập trong các năm học trước) liên quan đến BBT:

KNV_{BBT}: "Xác định các cực đại, cực tiểu, GTLN và GTNN của một hàm số xác định và liên tục trên **R** với bảng biến thiên cho trước".

Chúng tôi sẽ phân tích KNV_{BBT} theo mô hình về tổ chức toán học của Chevallard (1986). Một tổ chức toán học bao gồm bốn thành phần: Kiểu nhiệm vụ, kĩ thuật, công nghệ và lí thuyết. Giới hạn trong dạy học toán phổ thông, chúng tôi sẽ xem xét công nghệ - lí thuyết như một khối. Khối này thể hiện những tri thức toán học thể hiện qua các định nghĩa, định lí, nhận xét… được trình bày trong phần bài học của các sách giáo khoa hiện hành. Chúng là những kiến thức toán học được phép và cần huy động để giải thích cho kĩ thuật, giải quyết một kiểu nhiệm vụ nào đó.

Khi hàm số chỉ được biểu diễn bằng BBT (nghĩa là không cho công thức hàm số kèm theo), việc đọc các yếu tố trên BBT sẽ đặt ra nhiều khó khăn, chẳng hạn BBT trong đề thi minh họa lần 3 ngầm ẩn tính xác định và liên tục của hàm số trên **R**. Tuy nhiên, HS không dễ hiểu những ngầm ẩn này và họ có thể thất bại trước các câu hỏi liên quan tới tập xác định và tính liên tục. Trong bài báo này, chúng tôi sẽ trình bày một số yếu tố để trả lời cho hai câu hỏi:

- HS quan niệm như thế nào về điểm mà hàm số đạt cực trị nhưng không khả vi (như trong đề thi minh họa lần 1)?
- Có những quan niệm sai lầm nào khi HS phải đọc GTLN và GTNN trên BBT bằng cách so sánh với các giá trị giới hạn hàm tại các vô cực?

Thông tin về những quan niệm sai lầm của HS từ nghiên cứu của chúng tôi sẽ giúp giáo viên xác định những kiến thức cần phải bổ sung hay nhấn mạnh trong thực tế dạy học nhằm giúp HS giải quyết KNV_{BBT}.

2. Một số kết quả từ phân tích sách giáo khoa hiện hành

Định nghĩa về cực trị trong sách giáo khoa Giải tích 12 bộ chuẩn (SGKCB12) như sau:

"Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$ (có thể a là $-\infty$, b là $+\infty$) và điểm $x_0 \in (a;b)$.

a) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0.

b) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0." (Giải tích 12, trang 13)

Với định nghĩa này, tồn tại những hàm số không khả vi tại một điểm nhưng có thể đạt cực trị tại điểm đó, chẳng hạn hàm số trong hoạt động 4 của SGKCB12 trang 16: *"Chứng minh hàm số $y = |x|$ không có đạo hàm tại x=0. Hàm số có đạt cực trị tại điểm đó không?"*. Tuy nhiên, số lượng dạng bài tập này chiếm số lượng rất ít. Hơn nữa, như đã đề cập ở phần đặt vấn đề, trước đây bài toán KSHS được giới hạn trong 4 dạng hàm số và không có hàm số nào (trong 4 dạng hàm này) có BBT tương tự như đề thi minh họa lần 1. Những năm gần đây hàm phân thức hữu tỉ 2/1 đã được giảm tải khỏi nội dung thi nên chỉ còn hàm số hữu tỉ 1/1 là có tính chất không xác định tại một điểm và vì thế không khả vi tại điểm đó. Chẳng hạn, hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-	||	-	
y	2	↘ $-\infty$	||	$+\infty$ ↘	2

Theo chúng tôi, các kiến thức được học về hàm hữu tỉ 1/1 có thể sẽ ảnh hưởng đến quan niệm của HS khi đối mặt với KNV_{BBT}.

Trong các sách giáo khoa hiện hành, không có giải thích rõ ràng nào về cách đọc một BBT tổng quát. Chẳng hạn, sách giáo khoa Đại số 10 chỉ dẫn cách lập bản biến thiên trên một ví dụ cụ thể như sau:

Ví dụ 5. Dưới đây là bảng biến thiên của hàm số $y = x^2$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y = x^2$ xác định trên khoảng (hoặc trong khoảng) $(-\infty ; +\infty)$ và khi x dần tới $+\infty$ hoặc dần tới $-\infty$ thì y đều dần tới $+\infty$.

Tại $x = 0$ thì $y = 0$.

Để diễn tả hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty ; 0)$ ta vẽ mũi tên đi xuống (từ $+\infty$ đến 0).

Để diễn tả hàm số đồng biến trên khoảng $(0 ; +\infty)$ ta vẽ mũi tên đi lên (từ 0 đến $+\infty$).

Nhìn vào bảng biến thiên, ta sơ bộ hình dung được đồ thị hàm số (đi lên trong khoảng nào, đi xuống trong khoảng nào).

(Đại số 10, trang 37)

Hướng dẫn cách vẽ mũi tên trong ví dụ trên sẽ ngầm hình thành cách đọc chiều biến thiên trên BBT khi biết chiều mũi tên trong "hàng *y*". Lúc này yếu tố đạo hàm chưa xuất hiện. Xem xét các nhiệm vụ lập BBT trong các sách giáo khoa lớp 10 và 11, chúng tôi thấy BBT có một vai trò là tổng kết sự biến thiên của những hàm số thông dụng như hàm bậc nhất và hàm bậc hai (với các công thức đại số đã cho, sự biến thiên của chúng được xác định qua các định lí).

Trong SGKCB12, những BBT "tổng quát" xuất hiện sau định lí về mối liên hệ giữa cực trị và dấu của đạo hàm.

Ta thừa nhận định lí sau đây.

ĐỊNH LÍ 1

Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h\,;\, x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.

a) Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h\,;\, x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0\,;\, x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

b) Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h\,;\, x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0\,;\, x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

x	$x_0 - h$		x_0		$x_0 + h$
$f'(x)$		+		−	
$f(x)$	↗		$f_{CĐ}$		↘

x	$x_0 - h$		x_0		$x_0 + h$
$f'(x)$		−		+	
$f(x)$	↘		f_{CT}		↗

(Giải tích 12, trang 14 - 15)

Trên các bảng này, các $f'(x_0)$ được để trống vì tùy vào hàm số mà tại đó $f'(x_0)$ có thể bằng 0 hay không xác định. Dường như SGK muốn hình thành một cách ngầm ẩn cách đọc cực trị từ BBT mà không kèm theo sự chỉ dẫn rõ ràng. Tuy nhiên, trong SGKCB12 không có ví dụ hay bài tập nào trong đó BBT của hàm số xác định nhưng không khả vi tại một điểm. Điều này sẽ gây lúng túng cho học sinh và giáo viên khi đối mặt với KNV_{BBT} với bảng biến thiên như trong đề thi minh họa lần 1.

Đối với các nhiệm vụ tìm GTLN, GTNN của hàm số trên khoảng (a; b), kĩ thuật giải được gợi ý từ các SGK hiện hành là khảo sát sự biến thiên của hàm số trên khoảng đó và lập BBT. Chẳng hạn:

"*Tìm GTLN và GTNN của hàm số* $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ *trên khoảng* $(0; +\infty)$

Giải. Trên $(0; +\infty)$, *ta có* $y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
y'		−	0	+	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0; +\infty)$ *hàm số có giá trị cực tiểu duy nhất, đó cũng là giá trị nhỏ nhất của hàm số. Vậy* $min_{(0;+\infty)} f(x) = 3$ *(tại x=1). Không tồn tại giá trị lớn nhất của f(x) trên khoảng* $(0; +\infty)$." (Giải tích 12, trang 19)

Tuy nhiên, các nhiệm vụ đặt ra cho HS trong phần bài tập chủ yếu chỉ giới hạn trên những hàm số chỉ có 1 cực trị và cũng là GTLN hay GTNN. Điều này có thể gây ra cho học sinh những quan niệm sai lầm và chúng sẽ bộc lộ khi phải tìm GTLN và GTNN của hàm số chỉ được biểu diễn bằng bảng biến thiên.

Đối với các nhiệm vụ tìm GTLN, GTNN của hàm số liên tục trên đoạn $[a, b]$, chúng tôi thấy tồn tại 3 kĩ thuật giải:

- Kĩ thuật thứ nhất dựa vào quy tắc so sánh các giá trị tại đầu mút a, b và tại các điểm tới hạn (điểm làm cho y' bằng 0 hoặc không xác định),
- Kĩ thuật thứ hai là khảo sát và lập bảng biến thiên,
- Kĩ thuật thứ ba dựa vào định nghĩa GTLN, GTNN của hàm số bằng cách tìm số M (hoặc m) sao cho $f(x) \leq M$ (hoặc $f(x) \geq m$) $\forall x \in [a; b]$ và tìm điểm $x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = M$ (hoặc $f(x_0) = m$).

Trong thực tế dạy học, kĩ thuật thứ nhất được ưu tiên hơn vì nó dễ thực hiện và ít tốn kém (thời gian và công sức) hơn các kĩ thuật còn lại. Nghĩa là, HS ít có cơ hội sử dụng BBT để tìm GTLN và GTNN. Điều này dự kiến sẽ gây khó khăn cho HS khi đối mặt với KNV_{BBT}.

3. Nghiên cứu thực nghiệm

3.1. Mục tiêu khảo sát

Chúng tôi đã tiến hành khảo sát trên 134 HS, Trường THPT An Mỹ, Bình Dương (vào tháng 6 năm 2017). Ở thời điểm khảo sát, các em đã học xong các nội dung toán của lớp 12 và đang ôn thi THPT quốc gia. Chúng tôi muốn quan sát những ứng xử của của học sinh khi mà KNV_{BBT} (mới xuất hiện trong các đề thi trắc nghiệm) và bài toán KSHS (vẫn được dạy học theo các SGK hiện hành) cùng được dạy học. Qua đó chúng tôi sẽ xác định những quan niệm sai lầm của học sinh khi tìm cực trị, GTLN và GTNN từ một bảng biến thiên cho trước.

3.2. Các câu hỏi khảo sát

3.2.1. Câu hỏi 1

Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ *, có biểu diễn bảng biến thiên như sau:*

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘		↗		↘	$-\infty$

a/ Tìm cực trị của hàm số.

b/ Tìm GTLN và GTNN của hàm số trên [-1; 3].

Mục tiêu của câu hỏi 1 là xem HS sẽ ưu tiên sử dụng BBT hay công thức hàm số khi tìm cực trị và GTLN, GTNN. Nếu sử dụng công thức đại số thì HS tốn nhiều thời gian hơn để xác định các kết quả. Tuy nhiên do bài toán KSHS đang được dạy học, nên chúng tôi dự đoán tỉ lệ HS sử dụng kĩ thuật khảo sát hàm số bằng công thức sẽ cao.

3.2.2. Câu hỏi 2

Cho hàm số y = g(x) xác định và liên tục trên ℝ, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		+	0	-	||	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

*Các em hãy đánh dấu **X** vào các ô vuông mà các em chọn trong mỗi câu (từ câu 1 đến câu 4), sau đó điền vào khoảng trống (...) các kết quả tương ứng (nếu có) và giải thích vì sao em chọn như vậy.*

1. ☐ *a. Hàm số đạt cực đại tại x= ... ; $y_{C\text{Đ}}$ = ……... vì………………………………………*
   ☐ *b. Hàm số không có cực đại vì: ………………………………………………………*
2. ☐ *a. Hàm số đạt cực tiểu tại x= ... ; y_{CT} = ...vì :……………………………………*
   ☐ *b. Hàm số không có cực tiểu vì: ……………………………………………………*
3. ☐ *a.* $\max\limits_{\mathbb{R}} y =$ ... ………………...*vì:*……………………………………………………
   ☐*b. Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số vì: ……………………………………*
4. ☐a. $\min\limits_{\mathbb{R}} y =$ ... ….. ………vì: ………………………………………………………
   ☐b. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số vì: …………………………………..

Với câu hỏi 2 chúng tôi muốn tìm hiểu xem học sinh có chấp nhận một điểm không có đạo hàm là cực trị của hàm số hay không và những quan điểm sai lầm nào HS sẽ bộc lộ khi phải tìm GTLN, GTNN của một hàm số xác định và liên tục trên **R** có 2 cực trị với giới hạn tại các vô cực là các vô cực.

3.2.3. Câu hỏi 3

Cho hàm số y=h(x) xác định và liên tục trên ℝ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		-	||	+	||	-	
y	6	↘	-2	↗	1	↘	-5

*Các em hãy đánh dấu **x** vào các ô vuông mà các em chọn trong mỗi câu (từ 1 đến 4), sau đó điền vào khoảng trống (...) và giải thích vì sao em chọn như vậy.*

1. ☐ *a. Hàm số đạt cực đại tại x= .. $y_{CĐ}$ = ... vì:*...
   ☐ *b.Hàm số không có cực đại vì:*...
2. ☐ *a. Hàm số đạt cực tiểu tại x= ... ; y_{CT} = ... vì* ....
   ☐ *b. Hàm số không có cực tiểu vì:* ....
3. ☐*a.* $\max_{\mathbb{R}} y =$ ....*vì:* ....
   ☐ *b. Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số trên **R** vì:* ....
4. ☐ *a.* $\min_{\mathbb{R}} y =$ .... *vì:* ....
   ☐ *b.Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số vì:* ....

Với câu hỏi 3 là chúng tôi muốn quan sát một lần nữa quan niệm của học sinh về những điểm cực trị nhưng không khả vi (trường hợp này, 2 cực trị hàm số đều không có đạo hàm). Ngoài ra, chúng tôi muốn quan sát xem HS có hiểu rằng hàm số không đạt tới các giá trị tại đầu mút mũi tên (là các giới hạn tại các vô cực) khi so sánh với các cực trị để tìm ra GTLN, GTNN của hàm số hay không.

3.3. *Kết quả thực nghiệm*

3.3.1. Câu hỏi 1

Kết quả khảo sát được thống kê theo bảng sau:

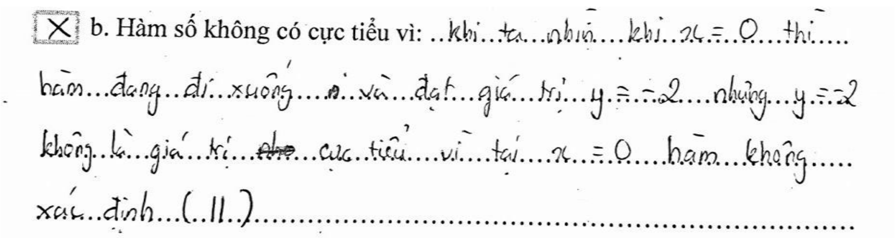
***Bảng 1.** Kết quả trả lời câu hỏi 1*

Câu / Chiến lược	1a- Tìm cực trị	1b- Tìm GTLN và GTNN
Sử dụng BBT đã cho	45%	13%
Khảo sát hàm số với công thức đã cho	55%	87%

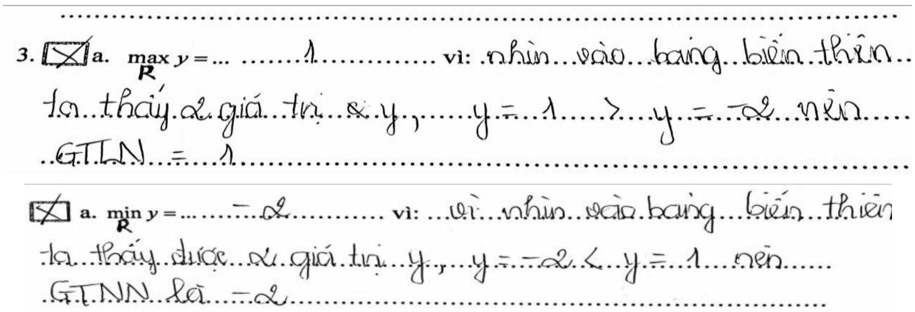
Đối với câu 1a- Tìm cực trị, chỉ có 45% sử dụng BBT đã cho và đối với câu 1b- Tìm GTLN và GTNN chỉ có 13% HS sử dụng BBT. Số học sinh còn lại không sử dụng BBT cho sẵn mà tiến hành KSHS mặc dù sử dụng BBT đỡ tốn công sức hơn nhiều so với việc tiến hành KSHS. Kết quả thống kê cho thấy sự lưỡng lự của HS khi KNV_{BBT} xuất hiện đồng thời với bài toán KSHS.

3.2.2. Câu hỏi 2

28% HS được hỏi không chấp nhận một điểm $x = 0$ là cực tiểu vì đối với họ hàm số không khả vi tại một điểm nên nó không xác định tại điểm đó. Như chúng tôi đã phân tích trong phần mở đầu, những giả định ngầm ẩn hay tường minh về sự xác định và liên tục của hàm số cho bởi BBT không có ý nghĩa đối với nhiều HS. Quan điểm này có thể bị ảnh hưởng bởi kiến thức hữu tỉ bậc 1 trên bậc 1 được dạy học (hàm số không xác định tại một điểm nên không liên tục tại điểm đó). Chẳng hạn, một học sinh viết:


b. Hàm số không có cực tiểu vì: ..khi..ta..nhìn...khi..x = 0...thì.... hàm...đang..đi..xuống...và...đạt...giá...trị...y = -2...nhưng...y = -2 không..là..giá..trị..~~cho~~..cực..tiểu...vì...tại...x = 0....hàm...không..... xác..định..(..11..)

58 % HS cho rằng cực đại là GTLN (34% HS quan niệm cực tiểu là GTNN). Với các HS này, việc tìm GTLN và GTNN trên **R** chỉ là so sánh các cực trị của chúng. Minh họa cho kết quả này với sự chọn lựa của một HS sau:

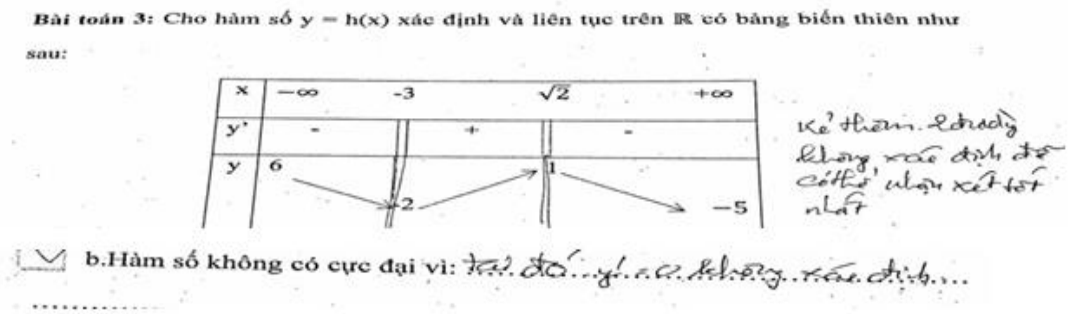

3. a. $\max_{\mathbb{R}} y = \ldots$ ......1............ vì: ..nhìn...vào...bảng..biến..thiên.. ta..thấy..2..giá..trị..của..y,.....y = 1.....>...y = -2...nên..... ..GTLN = 1

a. $\min_{\mathbb{R}} y = \ldots$ ......-2.......... vì: ..vì..nhìn..vào..bảng...biến..thiên ta..thấy..được..2..giá..trị..y,..y = -2 < y = 1...nên...... ..GTNN..là..-2

Chỉ có 38% là HS kết luận không tồn tại GTLN và GTLN. 4% HS còn cho rằng giới hạn vô cực: +∞ là GTLN và - ∞ là GTNN. Kết quả này cũng cho phép nhận định rằng kĩ thuật sử dụng BBT để tìm GTLN, GTNN ít được sử dụng khi tìm GTLN, GTNN của hàm số cho bởi công thức.

3.3.3. Câu hỏi 3

Phù hợp với kết quả thực nghiệm ở câu 2, ở câu hỏi này, khoảng 1/3 HS được hỏi cho rằng hàm số không đạt cực đại, cực tiểu tại các điểm không có đạo hàm. Chẳng hạn, một HS đã vẽ thêm kí hiệu không xác định vào hàng y để nhấn mạnh cho giải thích cho sự chọn lựa của mình.


Bài toán 3: Cho hàm số $y = h(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

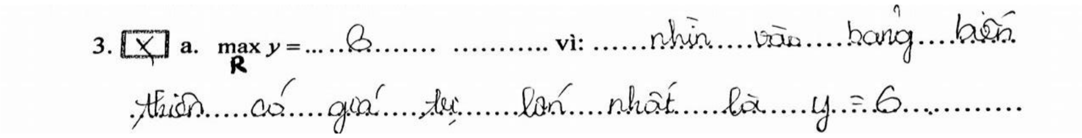
x	$-\infty$		-3		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		-		+		-	
y	6		-2		1		-5

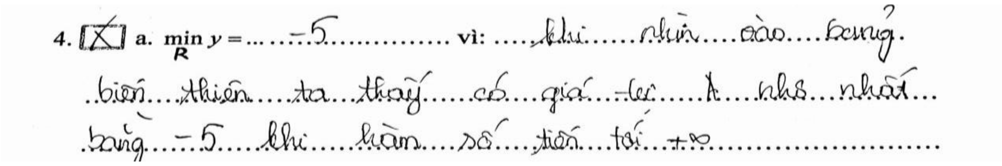
kẻ thêm 2 vạch không xác định để có thể nhận xét tốt nhất

b.Hàm số không có cực đại vì: tại đó..y' = 0..không..xác..định...

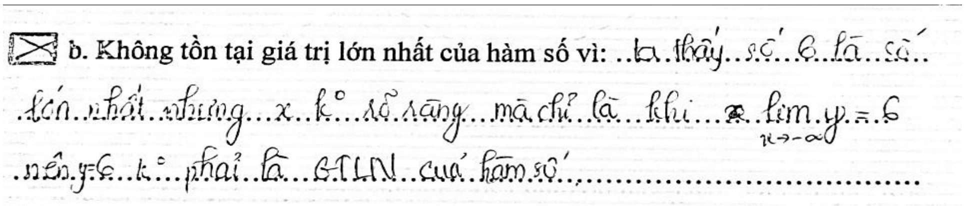
Kết quả câu hỏi 3 này và những sản phẩm của HS cho phép củng cố giả thuyết chúng tôi về sự ảnh hưởng của hàm phân thức 1/1 đối với câu trả lời của HS.

40% học sinh cho rằng "6 là GTLN và -5 là GTNN" của hàm số. Điều này cho thấy sự tồn tại một quan niệm sai lầm phổ biến rằng các giá trị giới hạn tại vô cực là các giá trị thực sự của hàm số. Sau đây là câu trả lời của một HS:


3. [X] a. $\max_{R} y = ...6.......$ .... vì: ......nhìn....vào....bảng....biến thiên.....có....giá....trị......lớn....nhất.....là.....y = 6...........


4. [X] a. $\min_{R} y = ...-5........$ vì: ....khi.....nhìn....vào....bảng. ..biến...thiên....ta...thấy.....có....giá...trị.....k....nhỏ....nhất... bằng...–5....khi....hàm....số....tiến....tới...+∞.....................

Chỉ có khoảng 13% chọn đáp án đúng với lời giải thích hợp lí. Chẳng hạn:


[X] b. Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số vì: ..ta..thấy..số..6..là..số.. .lớn..nhất..nhưng..x..k°..số..nằng..mà chỉ là..khi..x..$\lim_{x\to-\infty} y = 6$ ..nên.y=6..k..phải..là..GTLN..của..hàm số.................................

4. Kết luận

Kiểm tra đánh giá bằng hình thứ trắc nghiệm khách quan tạo thuận lợi cho sự xuất hiện nhiều kiểu nhiệm vụ mới so với hình thức tự luận trước đây. Các kiểu nhiệm vụ mới thúc đẩy việc dạy học một cách thực sự các tri thức toán học (ẩn chứa trong các định nghĩa, định lí…), chẳng hạn, định nghĩa cực trị mà chúng tôi đã đề cập. Tuy nhiên, việc thay đổi một cách đột ngột này cũng đặt ra nhiều khó khăn cho học sinh và giáo viên. Một trong số những khó khăn có nguyên nhân từ việc thiếu những yếu tố lí thuyết toán học (đóng vai trò công nghệ - lí thuyết đảm bảo cho tính đúng đắn của kĩ thuật) trong các sách giáo khoa hiện hành. Giới hạn trong nghiên cứu của chúng tôi, BBT không chỉ đơn thuần để tổng kết sự biến thiên của hàm số mà còn quy ước nhiều tính chất của hàm số như: Tập xác định, tập giá trị, sự khả vi, cực trị, GTLN và GTNN, giới hạn hàm số… bên cạnh đó ta còn có thể hình dung ra dáng dấp của đồ thị hàm số. Chính vì vậy việc dạy học các tính chất hàm số và ý nghĩa các yếu tố trên BBT cần được quan tâm thích đáng để HS hiểu đúng về ý nghĩa của các khái niệm và các tính chất của hàm số cần khảo sát.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bessot A., Comiti C., Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến. (2009). *Những yếu tố cơ bản của didactic toán (Éléments fondamentaux de didactique des mathématiques)* - Sách song ngữ Việt-Pháp, NXB Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.

Chevallard. (1986). *La Transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage

Lê Thái Bảo Thiên Trung. (2017). *Xây dựng hàm số từ dữ liệu thống kê với sự giúp đỡ của Microsoft Excel trong dạy học toán bằng mô hình hóa*. Tạp chí Khoa học Giáo dục, số 138, 64-68, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.

Lê Thái Bảo Thiên Trung. (2017). *Cải tiến phương pháp đào tạo giáo viên toán: trường hợp dạy học Giải tích ở trường trung học phổ thông.* Tạp chí Giáo dục, số 409, 40- 44, Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Nguyễn Thị Tuyết Lan. (2013). *Bài toán khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số ở trường trung học phổ thông Việt Nam.* Luận văn Thạc sĩ Giáo dục học, Đại học Sư phạm TP HCM.

Trần Văn Hạo. (Tổng chủ biên) và các tác giả (2007). *Đại số 10.* NXB Giáo dục.

Trần Văn Hạo. (Tổng chủ biên) và các tác giả (2007). *Đại số và Giải tich 11*. NXB Giáo dục.

Trần Văn Hạo. (Tổng chủ biên) và các tác giả (2007). *Giải tích 12.* NXB Giáo dục.