

Bài báo nghiên cứu NGHIÊN CỨU BÀI TOÁN ĐỊNH GIÁ QUYỀN CHỌN SỬ DỤNG CÁC KỸ THUẬT MÁY HỌC

Đặng Quang Vinh

Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

Tác giả liên hệ: Đặng Quang Vinh – Email: dangquangvinh@iuh.edu.vn

Ngày nhận bài: 18-10-2022; ngày nhận bài sửa: 27-10-2022; ngày duyệt đăng: 21-02-2023

TÓM TẮT

Bài toán định giá quyền chọn (option pricing) là một bài toán quan trọng và có lịch sử lâu đời trong lĩnh vực nghiên cứu tài chính định lượng. Những năm gần đây, do sự phát triển của các kỹ thuật máy học (machine learning), bài toán định giá quyền chọn có thể được tiếp cận từ hướng xây dựng các mô hình máy học. Trong nghiên cứu này, chúng tôi xem xét bài toán định giá quyền chọn sử dụng công thức Black-Scholes bằng một số thuật toán máy học có giám sát (supervised machine learning). Chúng tôi đánh giá hiệu quả các mô hình bằng một số tập dữ liệu giá quyền chọn đã được chia sẻ công khai. Kết quả thực nghiệm cho thấy các mô hình máy học có nhiều khả năng ước lượng giá quyền chọn với độ chính xác cao.

Từ khóa: machine learning; option pricing; quantitative finance; supervised machine learning

1. Giới thiệu

Các hợp đồng quyền chọn (option) là một yếu tố quan trọng cấu thành nên hệ thống tài chính hiện đại (Hull, 2022).

Quyền chọn là một hợp đồng qua đó cho phép bên mua có quyền mua (quyền chọn mua, call option), hoặc quyền bán (quyền chọn bán, put option) một tài sản nào đó (underlying asset) trong một thời điểm nào đó trong tương lai (thời điểm đáo hạn, expired date) với một mức giá định trước (Nguyen & Do, 2014). Mức giá định trước này được gọi là giá thực thi (strike price).

Hai loại quyền chọn phổ biến nhất trên thị trường tài chính là quyền chọn kiểu châu Âu (European-style) và quyền chọn kiểu Mỹ (American-style). Trong quyền chọn kiểu châu Âu, bên mua chỉ có thể thực thi hợp đồng vào đúng ngày được xác định. Trong quyền chọn kiểu Mỹ, bên mua có thể thực thi hợp đồng quyền chọn vào một ngày bất kỳ miễn chưa quá ngày đáo hạn.

Cite this article as: Dang Quang Vinh (2023). Option pricing with machine learning. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 20(2), 244-252.

Calls for October 21, 2022

Contract Name	Last Trade Date	Strike	Last Price	Bid	Ask	Change	% Change	Volume	Open Interest	Implied Volatility
BAC221021C00020000	2022-10-14 3:49PM EDT	20.00	11.70	11.70	11.80	+0.25	+2.18%	6	235	167.19%
BAC221021C00022000	2022-10-14 12:08PM EDT	22.00	9.95	9.60	9.85	+0.91	+10.07%	8	19	121.88%
BAC221021C00023000	2022-10-14 1:36PM EDT	23.00	8.90	8.65	8.85	+1.65	+22.76%	12	22	121.88%
BAC221021C00024000	2022-10-11 11:02AM EDT	24.00	5.79	7.70	7.90	0.00	-	4	83	122.66%
BAC221021C00025000	2022-10-14 2:35PM EDT	25.00	6.75	6.65	6.85	+0.28	+4.33%	35	1,975	94.53%
BAC221021C00025500	2022-10-14 10:12AM EDT	25.50	6.40	6.20	6.35	+0.65	+11.30%	4	16	94.53%
BAC221021C00026000	2022-10-13 10:21AM EDT	26.00	4.60	5.75	5.85	0.00	-	12	184	93.36%
BAC221021C00027000	2022-10-14 1:29PM EDT	27.00	4.92	4.65	4.85	+0.62	+14.42%	1	191	67.97%
BAC221021C00027500	2022-10-14 3:28PM EDT	27.50	4.40	4.15	4.35	+0.80	+22.22%	2	123	61.72%
BAC221021C00028000	2022-10-14 1:12PM EDT	28.00	3.95	3.65	3.90	+0.09	+2.33%	20	396	60.16%
BAC221021C00028500	2022-10-13 3:37PM EDT	28.50	3.45	3.20	3.40	+0.05	+1.47%	89	149	57.42%
BAC221021C00029000	2022-10-14 3:48PM EDT	29.00	2.89	2.78	2.94	-0.07	-2.36%	329	542	57.42%
BAC221021C00029500	2022-10-14 3:59PM EDT	29.50	2.36	2.33	2.48	-0.14	-5.60%	174	909	54.10%
BAC221021C00030000	2022-10-14 3:59PM EDT	30.00	2.01	1.99	2.06	-0.11	-5.19%	1,077	5,680	55.27%
BAC221021C00030500	2022-10-14 3:59PM EDT	30.50	1.56	1.61	1.68	-0.22	-12.36%	755	3,945	53.71%

Hình 1. Giá quyền chọn BAC (Bank of America) đáo hạn vào ngày 21-10-2022.

Dữ liệu được thu thập vào ngày 15/10/2022 sử dụng Yahoo Finance.

Như vậy, trong hợp đồng quyền chọn, thay vì mua bán trực tiếp một loại tài sản nào đó trên thị trường tài chính, ví dụ như cổ phiếu, các nhà đầu tư mua quyền mua hoặc bán cổ phiếu đó. Việc này có thể được ví tương tự như tính năng “Secure Your Fare” của một số hãng hàng không: khách hàng trả một khoản tiền nhỏ để “giữ” giá vé máy bay, và sau đó có thể quay lại để mua vé máy bay với mức giá cố định từ trước. Nếu khách hàng quyết định không bay nữa thì cũng chỉ mất khoản tiền “giữ chỗ” mà thôi (Hình 2).

Secure My Fare

Need more time to think? Secure your fare for just **SGD 20.00**. Your fare will be locked in for up to 3 days.

Flight info

1. Singapore To Perth

FLIGHT SQ 225
Economy (N)

SIN 00:05

Singapore

12 Sep (Tue), Changi Intl

Singapore Airlines

PER 05:15

Perth

12 Sep (Tue), Perth Intl

Total travel time: 5hrs 10mins

2. Perth To Singapore

FLIGHT SQ 216
Economy (N)

PER 01:10

Perth

19 Sep (Tue), Perth Intl

Singapore Airlines

SIN 06:35

Singapore

19 Sep (Tue), Changi Intl

Hình 2. Tính năng “giữ chỗ” của các hãng hàng không

Việc sử dụng hợp đồng quyền chọn tạo ra nhiều cơ hội mới cho các nhà đầu tư tài chính. Một số lợi ích của hợp đồng quyền chọn có thể được kể ra:

- Giảm rủi ro: Như đã trình bày ở trên, thay vì phải bỏ ra một khoản tiền lớn để thực sự nắm giữ tài sản trao đổi, nhà đầu tư chỉ phải bỏ ra một số tiền nhỏ hơn rất nhiều để nắm giữ quyền mua tài sản đó. Tới ngày đáo hạn, nhà đầu tư có thể căn cứ vào tình hình thị trường thực tế để ra quyết định đầu tư.

- Tăng lợi nhuận: Do số vốn đầu tư ban đầu nhỏ nên tỉ suất lợi nhuận sẽ cao. Hơn nữa, nhà đầu tư cũng dễ dàng tham gia thị trường vì chi phí ban đầu sẽ thấp.

Tuy nhiên, hợp đồng quyền chọn nói riêng và các hợp đồng phái sinh (derivatives) nói chung cũng tạo nên một thị trường tài chính nhiều rắc rối và chập chững. Một trong các tác vụ mà nhà đầu tư phải thực hiện trên thị trường phái sinh là định giá quyền chọn (option pricing).

Bản thân quyền chọn, sau khi được tạo ra, cũng trở thành một loại tài sản. Chính bản thân quyền chọn cũng sẽ được mua bán trên thị trường, và nó có thể trở thành tài sản (underlying asset) cho một hợp đồng quyền chọn khác.

Như vậy, bản thân các quyền chọn cũng sẽ có giá mua và giá bán trên thị trường. Nhà đầu tư phải thực hiện định giá các quyền chọn này để có chiến lược đầu tư phù hợp.

Lí thuyết về định giá quyền chọn đã có lịch sử nghiên cứu lâu dài trong lĩnh vực tài chính định lượng. Lĩnh vực này thật sự đạt được dấu ấn quan trọng với các nghiên cứu của Black, Scholes và Merton vào những năm 1970. Những kết quả nghiên cứu này đã dẫn tới giải Nobel kinh tế cho hai tác giả Black và Scholes, còn Merton không được trao giải vì đã qua đời trước đó.

Các tác giả Black, Scholes và Merton đã xây dựng nên lí thuyết định giá quyền chọn dựa trên các lí thuyết về phương trình vi phân và trung hòa rủi ro trên thị trường tài chính.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi đặt giả thuyết: liệu chúng ta có thể định giá quyền chọn bằng các mô hình máy học (machine learning) được hay không? Hiệu quả của chúng tôi tập trung vào việc ước lượng giá quyền chọn trên thị trường tài chính. Chúng tôi sẽ tập trung vào quyền chọn bán (call option) kiểu châu Âu (European-style).

2. Đối tượng và phương pháp nghiên cứu

2.1. Mô hình định giá Black-Scholes

Mô hình định giá Black-Scholes được phát triển trong những năm 1970 (Black & Scholes, 1973).

Trước hết, chúng ta thảo luận về giá trị của quyền chọn bán kiểu châu Âu vào ngày đáo hạn. Vào ngày đáo hạn, người mua quyền chọn có hai lựa chọn: thực thi hoặc không thực thi quyền chọn. Từ nay về sau trong bài báo này, khi nói tới quyền chọn thì tức là chúng ta đang nói tới quyền chọn mua kiểu châu Âu.

Lưu ý rằng, trong thực tế giá các quyền chọn kiểu châu Âu và kiểu Mỹ thường gần tương tự nhau (Nguyen & Do, 2014).

Nếu giá hiện tại của cổ phiếu đang cao hơn giá quy định trong quyền chọn thì người bán có thể thực thi quyền chọn, mua cổ phiếu này với giá đã quy định (đang thấp hơn thị

trường) và bán lại trên thị trường mở, qua đó thu được lợi nhuận. Nếu giá cổ phiếu hiện tại trên thị trường cao hơn giá quy định trong hợp đồng quyền chọn, thì đương nhiên người mua quyền chọn không có lí do gì để thực thi quyền chọn. Nếu người này vẫn mong muốn sở hữu cổ phiếu vì lí do nào đó, anh ta có thể mua nó trên thị trường mở với mức giá thấp hơn.

Như vậy, giá trị của quyền chọn luôn là một số không âm. Từ đó, giá của một quyền chọn sẽ là một số không âm. Chú ý là trong tài chính, giá của các hợp đồng phái sinh hoàn toàn có thể âm (Ma & Wang, 2021), như đã xảy ra với thị trường dầu mỏ trong năm 2020.

Black và Scholes xây dựng mô hình của mình dựa trên nguyên lí no-arbitrage, hay còn được biết tới với cái tên nguyên tắc “no free lunch” (không có bữa trưa miễn phí). Nguyên lí này yêu cầu giá của quyền chọn phải bằng với mức giá trị kì vọng (expectation) trong tương lai của nó. Nếu nguyên lí này bị vi phạm, ví dụ quyền chọn được định giá quá thấp, nhà đầu tư có thể kiếm tiền miễn phí bằng cách mua thật nhiều quyền chọn và sau đó ngồi chờ giá quyền chọn tăng lên trên thị trường.

Phương trình Black-Scholes được viết dưới dạng phương trình đạo hàm như sau:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + r \frac{\partial V}{\partial S} S - rV = 0 \tag{1.1}$$

Trong đó, V chính là giá của quyền chọn, còn S là giá của cổ phiếu (underlying asset) trong quyền chọn. Giá trị r là lãi suất tiền gửi tiết kiệm, thường được coi là phi rủi ro (risk-free), còn sigma là độ biến động của giá cổ phiếu, thường được đo bằng độ lệch chuẩn (standard deviation).

Giải phương trình trên, chúng ta sẽ thu được công thức Black-Scholes để định giá quyền chọn cho trường hợp quyền chọn mua kiểu châu Âu:

$$V = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{1.2}$$

Trong đó S chính là giá cổ phiếu, T là thời điểm đáo hạn, t là thời điểm hiện tại.

Hàm N được định nghĩa:

$$N(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \tag{1.3}$$

Các giá trị d_1 và d_2 được định nghĩa như sau:

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{1.4}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{1.5}$$

Giá trị X chính là giá thực thi (strike price) của quyền chọn.

Ta cần lưu ý rằng, mô hình Black-Scholes sử dụng giả thuyết rằng tỉ lệ lợi nhuận của cổ phiếu có phân phối chuẩn.

Như vậy, sử dụng công thức Black-Scholes, ta có thể tính được giá một quyền chọn mua kiểu châu Âu bất kì. Câu hỏi đặt ra là giá trị tính được bởi công thức Black-Scholes có phù hợp với giá trị giao dịch thực tế trên thị trường hay không, và liệu các mô hình máy học có thể làm tốt hơn mô hình Black-Scholes không.

2.2. Các mô hình máy học có giám sát và bài toán hồi quy

Bài toán hồi quy (regression) là một dạng bài toán kinh điển trong các nghiên cứu về máy học (Aggarwal, 2021). Trong bài toán hồi quy, các mô hình máy học có nhiệm vụ dự đoán với đầu ra là một số thực. Nhiều mô hình hồi quy đã được cộng đồng máy học nghiên cứu và phát triển trong nhiều năm. Trong bài báo này, chúng tôi khảo sát khả năng của một số mô hình hồi quy phổ biến vào bài toán định giá quyền chọn.

2.2.1. Mô hình hồi quy tuyến tính (linear regression)

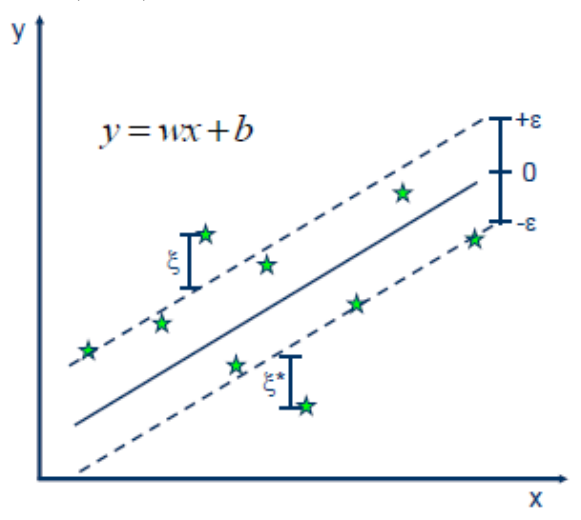
Mô hình hồi quy tuyến tính là một mô hình quan trọng, đã có lịch sử phát triển lâu đời và có nhiều ứng dụng quan trọng trong kinh tế và đời sống xã hội. Nhiều mô hình quan trọng trong tài chính định lượng như mô hình định giá CAPM hoặc mô hình French-Frama đều có bản chất là các mô hình hồi quy tuyến tính (Rejda et al., 2022).

Mô hình hồi quy tuyến tính giả thiết rằng mỗi quan hệ giữa biến phụ thuộc (predictor variable), tức là giá trị chúng ta đang quan tâm, với các biến độc lập (observation variables) là một mối quan hệ tuyến tính:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \varepsilon \tag{1.6}$$

2.2.2. Mô hình Support Vector Machine

Mô hình SVM là một mô hình có thể sử dụng cho bài toán phân lớp (classification) cũng như bài toán hồi quy (regression). Trong trường hợp sau, mô hình được gọi là mô hình Support Vector Regression (SVR).



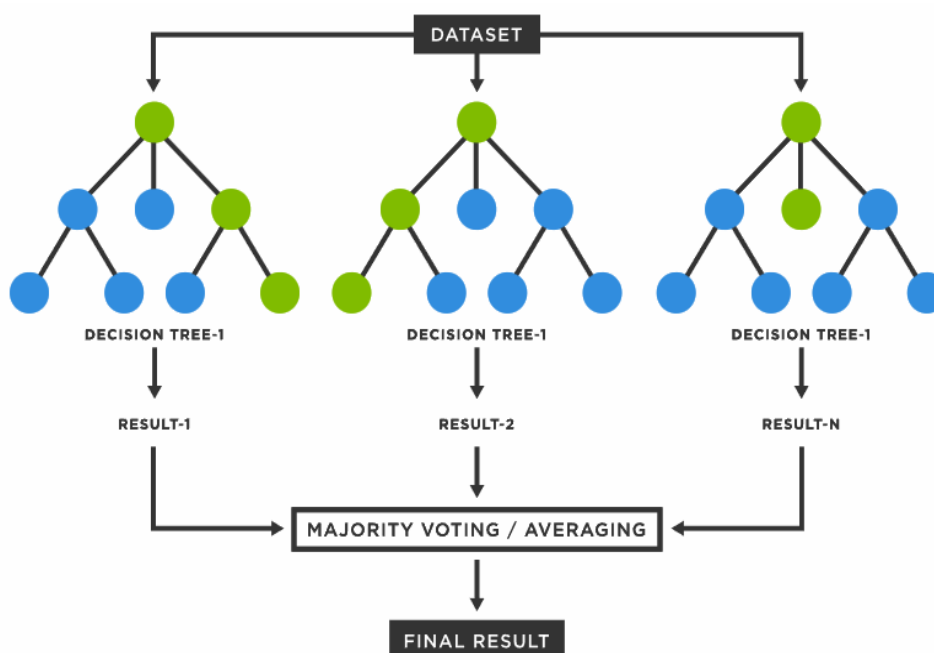
Hình 3. Minh họa ý tưởng SVR

Ý tưởng của mô hình SVR được minh họa trên Hình 3. Mô hình cố gắng tối đa hóa khoảng cách giữa đường phân lớp tới các điểm gần nhất trên từng bán phẳng.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi giới hạn chỉ sử dụng hàm kernel tuyến tính với mô hình SVR.

2.2.3. Mô hình Random Forest

Mô hình Random Forest là mô hình học kết hợp (ensemble learning). Mô hình được xây dựng bằng cách kết hợp nhiều mô hình cây quyết định (decision tree) để đưa ra kết luận cuối cùng.



Hình 4. Mô hình Random Forest

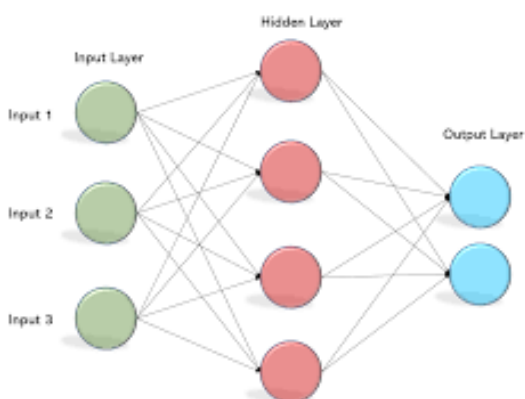
Ý tưởng của mô hình Random Forest được mô tả trên Hình 4. Mô hình xây dựng nhiều mô hình cây quyết định. Mỗi mô hình cây quyết định sẽ được huấn luyện trên một phần của tập huấn luyện. Sau đó, kết quả cuối cùng được tính bằng cách cộng trung bình kết quả của các mô hình cây quyết định riêng lẻ.

2.2.4. Mô hình catboost

Mô hình catboost cũng là một mô hình học tăng cường, nhưng thay vì xây dựng các mô hình song song như random forest, nó xây dựng các mô hình liên tiếp. Ý tưởng chính của mô hình này là mô hình sau sẽ cố gắng sửa lỗi (error) của mô hình trước.

2.2.5. Mô hình neural networks

Các mô hình mạng neural (neural network) thu hút sự chú ý và tập trung nghiên cứu của cộng đồng máy học trong khoảng một thập kỉ trở lại đây. Đã có rất nhiều mô hình mạng neural khác nhau được đề xuất. Tuy nhiên, trong bài báo này, chúng tôi chỉ sử dụng mạng neural nhiều lớp truyền thẳng (multi-layer perceptron).



Hình 5. Mô hình mạng neural nhiều lớp truyền thẳng

3. Kết quả và thảo luận

Chúng tôi sử dụng dữ liệu quyền chọn Apple (mã chứng khoán: APPL) từ ngày 01/01/2021 tới hết 31/12/2021. Dữ liệu được chia thành 2 tập huấn luyện (training set) và kiểm thử (testing set). Dữ liệu huấn luyện được xác định là dữ liệu từ ngày 01/01/2021 tới hết ngày 30/9/2021. Dữ liệu kiểm thử là dữ liệu từ ngày 01/10/2021 tới hết ngày 31/12/2021.

Độ đo chúng tôi sử dụng là Root Mean Squared Error (RMSE), tương đồng với các nghiên cứu gần đây của (Ivascu, 2021).

Kết quả so sánh cuối cùng được trình bày trong Bảng 1.

Bảng 1. So sánh độ đo RMSE của các model

STT	Model	RMSE	
		Tập huấn luyện	Tập kiểm thử
1	Black-Scholes	1.86	1.85
2	Linear Regression	1.35	1.23
3	SVR	1.42	1.11
4	Random Forest	1.01	0.88
5	Catboost	0.93	0.62
6	Neural Networks	1.13	0.89

Chúng tôi trình bày sai số RMSE của phương trình Black-Scholes để đảm bảo độ nhất quán trong báo cáo. Thực tế, mô hình Black-Scholes không có khái niệm huấn luyện, nên không có sự khác biệt giữa tập huấn luyện và tập kiểm thử.

Chúng ta nhận thấy, mô hình Black-Scholes thực chất cho kết quả đánh giá kém hơn so với các mô hình máy học. Điều này là có thể giải thích vì thực chất mô hình Black-Scholes cũng đã bị phê phán rất nhiều, đặc biệt trong thời gian xảy ra cuộc khủng hoảng tài chính 2008 (Jankova, 2018). Mô hình Black-Scholes, dù có nhiều đóng góp trong lịch sử tài chính, đã có hơn 50 năm tuổi, nên nó không tận dụng được các phát triển gần đây trong lĩnh vực khoa học dữ liệu.

Chúng ta cũng nhận thấy rằng, các mô hình máy học có tiềm năng rất lớn trong việc dự đoán và định giá quyền chọn. Tuy nhiên, vấn đề là nhiều mô hình máy học phức tạp chưa có hệ thống lí thuyết đủ mạnh để giải thích hành vi của mô hình. Do đó, việc sử dụng các mô hình này trong một thị trường nhạy cảm như thị trường tài chính tiềm ẩn nhiều rủi ro.

4. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu việc định giá quyền chọn bằng một số mô hình máy học có giám sát. Kết quả thực nghiệm cho thấy các mô hình này đều có thể ước lượng giá của các quyền chọn tốt hơn mô hình Black-Scholes truyền thống. Trong tương lai, chúng tôi sẽ mở rộng nghiên cứu tới các loại quyền chọn phức tạp hơn cũng như kết hợp nhiều mô hình máy học hiện đại.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Aggarwal, C. C. (2021). *Artificial Intelligence-A Textbook*. Springer.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of political economy*, 81(3), 637-654.
- Hull, J. C. (2022). *Options futures and other derivatives*. 11th edition, Pearson.
- Ivaşcu, C. F. (2021). Option pricing using machine learning. *Expert Systems with Applications*, 163, 113799.
- Janková, Z. (2018). Drawbacks and limitations of Black-Scholes model for options pricing. *Journal of Financial Studies and Research*, 2018, 1-7.
- Ma, C., & Wang, X. (2021). Strategic interactions and negative oil prices. *Annals of Financial Economics*, 16(03), 2150013.
- Mishkin, F. S., & Eakins, S. G. (2018). *Financial markets and institutions*. 9th edition, Pearson.
- Nguyen, T. D., & Do D. T. (2014). *Nhap mon toan tai chinh [Introduction to Financial Mathematics]*. Sputnik Education.
- Rejda, G. E., Michael McNamara, & W.H.Rabel (2022). *Principles of risk management and insurance*. 14th edition. Pearson Education India.

OPTION PRICING WITH MACHINE LEARNING

Dang Quang Vinh

Industrial University of Ho Chi Minh City, Vietnam

Corresponding author: Dang Quang Vinh – Email: Email:dangquangvinh@iuh.edu.vn

Received: October 18, 2022; Revised: October 27, 2022; Accepted: February 21, 2023

ABSTRACT

Option pricing is significant and has a long history in the field of quantitative financial research. In recent years, because of the rapid development of machine learning techniques, option pricing can be studied from building machine learning models. This study considers option pricing using Black-Scholes formula by some supervised machine learning algorithms. The performance of the models using several publicly shared options price datasets was then evaluated. Empirical results show that machine learning models are more likely to estimate option prices with high accuracy.

Keywords: machine learning; option pricing; quantitative finance; supervised machine learning