

Bài báo nghiên cứu

DAY HỌC XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY

Nguyễn Thị Nga^{1*}, Nguyễn Ngọc Yến²

¹Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

²Trường THPT Nguyễn Công Trứ, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

*Tác giả liên hệ: Nguyễn Thị Nga – Email: ngant@hcmue.edu.vn

Ngày nhận bài: 10-3-2023; ngày nhận bài sửa: 11-8-2023; ngày duyệt đăng: 19-11-2023

TÓM TẮT

Máy tính cầm tay là một trong những công cụ, phương tiện học Toán phổ biến và quen thuộc đối với học sinh. Trong bài báo này, chúng tôi tổng hợp những lợi ích mà máy tính cầm tay mang lại trong việc dạy học Toán, đặc biệt là tiềm năng của máy tính cầm tay trong dạy và học Xác suất ở trường phổ thông. Chúng tôi cũng thực hiện một hoạt động dạy học để học sinh sử dụng máy tính cầm tay tính được xác suất thực nghiệm, đồng thời giúp học sinh hiểu rõ về mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển. Qua đó, học sinh có thể biết được nghĩa của khái niệm xác suất theo tiếp cận thống kê và áp dụng được vào việc giải quyết các vấn đề trong thực tiễn.

Từ khóa: Chương trình môn Toán 2018; xác suất cổ điển; xác suất thực nghiệm; máy tính cầm tay; dạy học xác suất

1. Giới thiệu

Theo tác giả Lê Thị Hoài Châu (2012), có bốn cách tiếp cận khái niệm Xác suất của một biến cố: tiếp cận cổ điển, tiếp cận hình học, tiếp cận thống kê và tiếp cận tiên đề. Trong số đó, tiếp cận hình học và tiếp cận tiên đề được xem là hai phương pháp tiếp cận tương đối khó hoặc không phù hợp đối với học sinh phổ thông (Le, 2012). Vì vậy, ở bậc phổ thông, chỉ có tiếp cận cổ điển và tiếp cận thống kê được đề cập đến.

Trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, nội dung về Xác suất trải dài từ lớp 2 đến lớp 12 với mức độ phức tạp tăng dần theo cấp học. Trong đó, chúng tôi nhận thấy xác suất thực nghiệm được giới thiệu ở lớp 6 với yêu cầu là mô tả xác suất thực nghiệm của một sự kiện trong một số mô hình xác suất đơn giản. Tiếp nối ở lớp 8 đó là yêu cầu “Nhận biết được mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố đó thông qua một số ví dụ đơn giản”. Nội dung xác suất cổ điển được giới thiệu từ lớp 7 đến lớp 10. Trong đó, yêu cầu cần đạt ở lớp 10 là HS nhận biết được một số khái niệm về xác suất cổ điển và tính toán xác suất trong những trường hợp đơn giản.

Cite this article as: Nguyen Thi Nga, & Nguyen Ngoc Yen (2024). Teaching experimental probability with the support of calculators. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 21(1), 11-23.

Với các em học sinh (HS) lớp 10 năm học 2022-2023, đây là năm đầu tiên các em học theo sách giáo khoa (SGK) Chương trình 2018. Do đó, HS chưa được giới thiệu về xác suất thực nghiệm cũng như mối liên hệ giữa xác suất cổ điển và xác suất thực nghiệm. Vì vậy, chúng tôi nhận thấy việc bổ sung cho HS nội dung kiến thức này là thực sự cần thiết.

Máy tính Casio FX-880BTG ra đời năm 2022 có chức năng mô phỏng việc gieo xúc xắc, tung đồng xu giúp hỗ trợ cho việc dạy học Xác suất với các phép thử nghiệm đơn giản trên. Điều này tạo thuận lợi cho việc hình thành xác suất thực nghiệm và giúp HS thấy được mối liên hệ giữa xác suất cổ điển và xác suất thực nghiệm.

Tóm lại, mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển là một nội dung trong các yêu cầu cần đạt khi dạy về chủ đề Xác suất. Chúng tôi sẽ sử dụng máy tính cầm tay (MTCT) Casio FX-880BTG để giúp HS nhận biết mối liên hệ này.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Lợi ích của máy tính cầm tay trong dạy học Toán

Máy tính cầm tay đã ra đời từ năm 1972 và được sử dụng phổ biến ở nhiều quốc gia trên thế giới. Có nhiều nghiên cứu đã chỉ ra những lợi ích mà MTCT mang lại trong việc giảng dạy môn Toán. Chúng tôi liệt kê ra những lợi ích chính sau đây mà MTCT mang lại:

- Công cụ tính toán mạnh mẽ và nhanh chóng: MTCT có khả năng thực hiện những tính toán phức tạp và các công thức dài dòng một cách nhanh chóng. Nghiên cứu của các tác giả Lê Thái Bảo Thiên Trung và cộng sự (Le et al., 2012); Ovaert & Lazet, 1981; Nguyen (2005) đã khẳng định điều này.

- Công cụ hỗ trợ kiểm tra và đánh giá kết quả theo Nguyen (2019), Ellington (2003).

- Công cụ sư phạm giúp xây dựng các hoạt động: MTCT hỗ trợ trong việc xây dựng các hoạt động dạy học phù hợp với đặc trưng của phương pháp dạy học tích cực (Le et al., 2012; Ovaert & Lazet, 1981; Nguyen, 2005).

Ngoài những lợi ích về công cụ tính toán và công cụ sư phạm, MTCT còn mang lại nhiều ảnh hưởng tích cực cho học sinh liên quan đến thái độ, nhận thức, động cơ học tập và cải thiện thành tích học tập. Điều đó đã được đề cập trong nghiên cứu của tác giả Tran (2012), Nguyen (2019) và bài báo “The Use of Graphing Calculators in Teaching Mathematics: A Meta-Synthesis” của Angco và các cộng sự (Angco et al., 2023), đó là:

- Tạo cảm giác tự tin (Ndlovu, 2019; McCulloh, 2007; McCulloh et al., 2013; Azita, 1999; Rodriguez, 2019).

- Công cụ nhận thức hữu ích nhất trong việc phát triển các kỹ năng tư duy và giải quyết vấn đề (Towers, 2018).

- Tạo cảm giác hứng thú và ý nghĩa hơn trong quá trình học, giúp tạo ra một môi trường học tập thú vị và không nhàm chán (Demana & Waits, 1990; Dunham, 1995).

- Thay đổi thái độ và động cơ học tập của học sinh và đánh giá được khả năng toán học của học sinh (Briggs, 1977).

Máy tính cầm tay Casio FX-880BTG có bổ sung thêm tính năng mô phỏng việc gieo xúc xắc và tung đồng xu. Chúng ta có thể gieo tối đa 3 con xúc xắc hoặc 3 đồng xu và với

số lần gieo tối đa là 250 lần cho một lần mô phỏng. Khi đó, MTCT sẽ cho ra kết quả dưới dạng danh sách hoặc tần số tương đối. Chúng tôi nhận thấy một số ứng dụng của tính năng trên trong học tập và giảng dạy Xác suất, đó là:

- Tiết kiệm thời gian và công sức: Đặc biệt hữu ích khi thực hiện hoạt động mô phỏng tung đồng xu với số lần tương đối lớn (250 lần). Có thể thực hiện nhiều lần mô phỏng với thời gian ngắn hơn rất nhiều so với việc sử dụng vật thật để tung đồng xu.

- Kiểm tra phép tính xác suất: Học sinh có thể kiểm tra được kết quả tính xác suất của mình là đúng hay sai thông qua tần số tương đối.

Tuy nhiên, khi sử dụng cột tần số tương đối để kiểm tra kết quả tính xác suất thì chúng ta cần lưu ý: khi số lần thử càng lớn thì tần số tương đối (hay còn gọi là xác suất thực nghiệm) xấp xỉ xác suất của biến cố. Do đó:

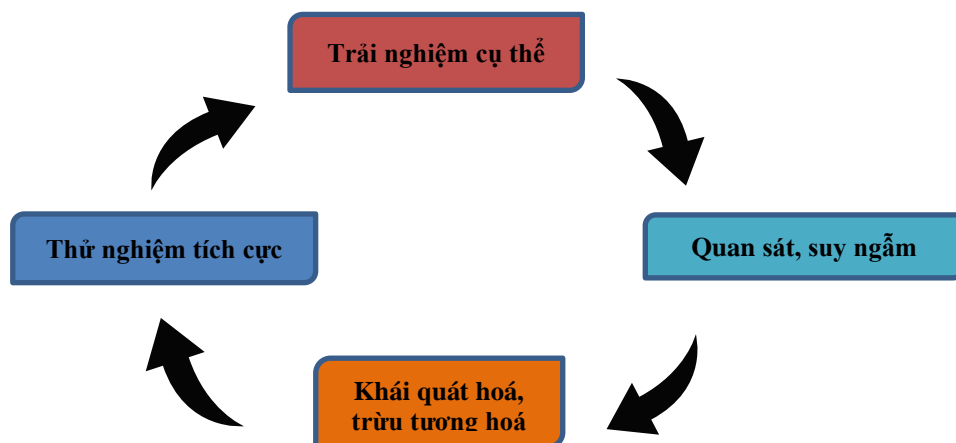
- + Với một lần mô phỏng gieo xúc xắc hoặc tung đồng xu (với số lần gieo tối đa 250 lần) thì giá trị tần số tương đối có thể rất khác với xác suất (lí thuyết).

- + Để đạt kết quả gần nhất với xác suất, việc mô phỏng nhiều lần và tính giá trị trung bình của các kết quả mô phỏng là cần thiết.

Chúng tôi lựa chọn MTCT vì ưu thế tiện dụng của nó: nhỏ gọn, có tính di động, thời gian trải nghiệm nhanh, chính xác và là một công cụ học tập bắt buộc của HS. Các phần mềm khác cần sử dụng đến phòng máy thì điều kiện về cơ sở vật chất, thời gian di chuyển cũng như bản quyền phần mềm là những vấn đề khó thực hiện để các HS có thể tự trải nghiệm trực tiếp.

2.2. Chu trình học tập trải nghiệm

Để hỗ trợ cho phân thiết kế hoạt động dạy học, chúng tôi dựa trên chu trình học tập bằng trải nghiệm của David A. Kolb (1984). Theo tác giả, học tập là quá trình trong đó tri thức được tạo ra thông qua việc chuyển hoá kinh nghiệm. Do đó, kiến thức được rút ra từ việc người học tự trải nghiệm cùng với việc quan sát, suy ngẫm những kết quả trong quá trình trải nghiệm đó. Mô hình học tập trải nghiệm của Kolb (1984) được mô tả theo chu trình học ở Hình 1.



Hình 1. Chu trình học tập trải nghiệm của David A.Kolb (1984)

Theo ông, học tập là một quá trình tích hợp trong đó các giai đoạn hỗ trợ lẫn nhau và phát triển tịnh tiến. Do đó, người học không nhất thiết phải xuất phát từ giai đoạn cố định nào trong mô hình.

+ Giai đoạn “**Trải nghiệm cụ thể**”: Học tập thông qua việc thực hiện các hành động, thao tác với chủ đề và bối cảnh, phương tiện cụ thể.

+ Giai đoạn “**Quan sát, suy ngẫm**”: Học tập dựa trên việc quan sát, xem xét kỹ lưỡng, phân tích, đánh giá... vấn đề nào đó.

+ Giai đoạn “**Khái quát hoá, trừu tượng hoá**”: Học tập thông qua việc phân tích và khái quát để hình thành tri thức mới. Nếu không có bước này thì những kinh nghiệm từ việc người học quan sát chỉ là những kinh nghiệm vụn vặt trong quá trình trải nghiệm.

+ Giai đoạn “**Thử nghiệm tích cực**”: Học tập thông qua thực hành tích cực, sử dụng nội dung vừa khái quát để giải quyết vấn đề.

2.3. Hoạt động dạy học xác suất thực nghiệm với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay

2.3.1. Các pha hoạt động

Pha 1. Trải nghiệm cụ thể

Mục tiêu: HS trải nghiệm trên máy tính cầm tay Casio FX-880BTG để tìm tần số tương đối (xác suất thực nghiệm) của một phép thử.

Cách thức tổ chức: làm việc theo nhóm (9 nhóm, mỗi nhóm 5 HS)

Thời gian thực hiện: 10 phút

Tiến trình thực hiện

- GV hỏi lại HS về công thức tính tần số tương đối:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{\text{số lần xuất hiện của giá trị}}{\text{kích thước mẫu}}$$

Lưu ý với HS là kích thước mẫu cũng chính là số lần thực hiện phép thử nghiệm.

- Sau khi đã nhắc lại về tần số tương đối, GV giới thiệu thêm cho HS về chức năng tìm số lần xuất hiện cũng như tần số tương đối của giá trị trên MTCT.

- GV phát phiếu học tập số 1 và đưa ra yêu cầu 1 cho HS.

Yêu cầu 1: “Thực hiện mô phỏng gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất trên máy tính cầm tay Casio FX-880BTG với 250 lần thử. Ghi lại kết quả số lần xuất hiện có tổng số chấm trên hai mặt con xúc xắc xuất hiện bằng 7 và tần số tương đối của giá trị đó. Thực hiện thêm 3 lần mô phỏng tương tự”. Các em thực hiện theo hướng dẫn sau:

- + Vào Home → Math Box (Hộp toán học) → Dice Roll (Tung xúc xắc) và nhập theo yêu cầu:

+ Dice (Số xúc xắc): 2.

+ Attempts (Số lần thử): 250.

- + Bấm Execute (Vận hành) → Relative Freq (Tần số tương đối)

+ Từ kết quả trên MTCT, các em hãy ghi lại số lần xuất hiện có tổng số chấm trên hai mặt con xúc xắc bằng 7 trong 250 lần gieo 2 con xúc xắc và kết quả tần số tương đối của giá trị trên.

+ Thực hiện tương tự thêm 3 lần mô phỏng.

+ Từ kết quả của 4 lần mô phỏng ở trên, các nhóm hãy tính trung bình tần số tương đối.

+ Các nhóm ghi lên bảng kết quả vừa tính được.

+ Tính trung bình của tần số tương đối từ các kết quả của 9 nhóm.

Trả lời yêu cầu 1:

- + Kết quả lần 1 bấm máy: Số lần xuất hiện..... Tần số tương đối.....
- + Kết quả lần 2 bấm máy: Số lần xuất hiện..... Tần số tương đối.....
- + Kết quả lần 3 bấm máy: Số lần xuất hiện..... Tần số tương đối.....
- + Kết quả lần 4 bấm máy: Số lần xuất hiện..... Tần số tương đối.....
- + Trung bình của 4 kết quả trên:
- + Trung bình các kết quả từ 9 nhóm:

Mục đích ở pha này là giúp HS thực hiện mô phỏng việc gieo xúc xắc trên MTCT và ghi nhận được số lần xuất hiện (khi tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 7 trong 250 lần gieo) và kết quả tần số tương đối một cách nhanh chóng mà không cần sử dụng vật thật. Điều này giúp tiết kiệm thời gian trong quá trình HS thử nghiệm. Với một lần bấm máy chỉ tương ứng tối đa 250 lần gieo, do đó chúng tôi yêu cầu mỗi nhóm bấm máy 4 lần (tương ứng 1000 lần gieo), trung bình của 9 nhóm tương ứng với 9000 lần gieo. Như vậy, chỉ với 10 phút thực hiện bấm máy tính từ 9 nhóm thì số lần gieo xúc xắc là 9000 lần. Chúng tôi muốn có số lượng gieo lớn như vậy để dẫn dắt HS nhận xét về mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển ở pha sau.

Pha 2. Quan sát, suy ngẫm

Mục tiêu: HS quan sát và nhận xét về kết quả của xác suất cổ điển và xác suất thực nghiệm.

Cách thức tổ chức: làm việc theo nhóm (mỗi nhóm 5 HS)

Thời gian thực hiện: 10 phút

Tiến trình thực hiện

- HS thực hiện yêu cầu 2 của GV: “Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt con xúc xắc xuất hiện bằng 7 khi gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất bằng công thức xác suất cổ điển đã học.”
- HS thực hiện yêu cầu 3 của GV: “Các nhóm hãy so sánh kết quả tần số tương đối ở yêu cầu 1 và xác suất cổ điển ở yêu cầu 2. Em có nhận xét gì về các kết quả trên?”

Mục đích của pha này là HS có thể tự nhận thấy được xác suất cổ điển có thể lớn hơn hoặc nhỏ hơn tần số tương đối. Chúng sẽ xấp xỉ nhau khi số lần gieo khá lớn. Từ đó, chúng tôi sẽ dẫn dắt HS đến khái niệm xác suất thực nghiệm và mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển ở pha 3.

Pha 3. Khái quát hoá, trừu tượng hoá

Mục tiêu: Tổng kết, thể chế hoá “Khái niệm xác suất thực nghiệm và mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển”

Cách thức tổ chức: làm việc tập thể.

Thời gian thực hiện: 10 phút

Tiến trình thực hiện

- + Từ các câu trả lời của các nhóm, GV đặt các câu hỏi sau:
 - Mỗi nhóm đã thực hiện bao nhiêu lần gieo hai con xúc xắc trong 4 lần mô phỏng trên MTCT? Như vậy, 9 nhóm thực hiện tổng cộng bao nhiêu lần gieo?
 - So sánh tần số tương đối trong các lần gieo của nhóm với xác suất cổ điển?
 - So sánh trung bình tần số tương đối của 9 nhóm với xác suất cổ điển?

+ GV giới thiệu cho HS tần số tương đối của một giá trị với kích thước mẫu n cũng chính là xác suất thực nghiệm của sự kiện A sau n lần thử nghiệm phép thử.

+ Từ đó, GV yêu cầu HS nhận xét về mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm (tần số tương đối) và xác suất cổ điển.

+ GV thể chế hoá khái niệm xác suất thực nghiệm và mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển:

Gọi $P(A)$ là xác suất xuất hiện biến cố A khi thực hiện một phép thử.

Gọi $n(A)$ là số lần xuất hiện biến cố A khi thực hiện phép thử đó n lần.

Xác suất thực nghiệm của biến cố A là tỉ số $\frac{n(A)}{n}$.

Khi n càng lớn, xác suất thực nghiệm của biến cố A càng gần $P(A)$.

+ GV nhấn mạnh thêm về việc vận dụng kiến thức trên để tính xác suất xuất hiện của biến cố A trong trường hợp các kết quả không đồng khả năng xảy ra. Khi đó, công thức XS cổ điển không sử dụng được. Trong trường hợp này, ta cần thực hiện liên tiếp phép thử với một số lần tương đối lớn và ghi nhận số lần xuất hiện của biến cố A để lập bảng tần số tương đối (xác suất thực nghiệm), từ đó quan sát sự ổn định của tần số tương đối của biến cố A khi tăng số lần thực hiện phép thử và chỉ ra một giá trị gần đúng cho xác suất của biến cố A . Đây chính là XS theo tiếp cận thống kê.

Pha 4. Thử nghiệm tích cực

Mục tiêu: HS sử dụng kiến thức ở pha 3 để giải quyết câu hỏi trắc nghiệm.

Cách thức tổ chức: làm việc theo nhóm.

Thời gian thực hiện: 10 phút

Tiến trình thực hiện:

+ GV đưa ra câu hỏi trắc nghiệm để HS vận dụng kiến thức vừa học vào giải quyết vấn đề:

Bạn Phúc gieo một con xúc xắc cân đối 1000 lần. Số lần xuất hiện mặt có số chấm nhỏ hơn 3 trong 1000 lần gieo đó có khả năng lớn nhất thuộc vào tập hợp nào dưới đây?

A. {301; 302;...; 400}

B. {401; 402;...; 500}

C. {501; 502;...; 600}

D. {601; 602;...; 700}

Em hãy giải thích lựa chọn của em.

Mục đích của pha này là chúng tôi mong muốn HS vận dụng kiến thức vừa học ở trên: sử dụng MTCT mô phỏng việc gieo xúc xắc hoặc có thể sử dụng mối liên hệ giữa xác suất cổ điển và xác suất thực nghiệm để giải quyết bài toán trên.

2.3.2. Đối tượng và thời gian thực nghiệm

Đối tượng thực nghiệm: Theo Chương trình 2018, năm học 2022-2023 chỉ mới xuất bản SGK cho các khối lớp 6, lớp 7 và lớp 10. Do đó, chúng tôi tiến hành thực nghiệm trên học sinh lớp 10 ở năm học 2022-2023 tại một trường THPT ở TPHCM sau khi HS đã học các khái niệm về XS cổ điển.

Đây là đối tượng HS chưa được tiếp cận xác suất thực nghiệm (do đây là nội dung ở lớp 6 và lớp 8 trong Chương trình năm 2018 và HS không được học chương trình này). Vì

vậy, việc bổ sung khái niệm xác suất thực nghiệm và mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển cho học sinh là thực sự cần thiết.

Thời gian thực nghiệm: Thực nghiệm diễn ra vào tháng 04 năm 2023 trong thời gian 1 tiết. Lớp học được chia thành 9 nhóm, mỗi nhóm 5 HS.

2.3.3. Kết quả thực nghiệm

Pha 1.

Với các yêu cầu ở pha 1, chúng tôi ghi nhận các kết quả của việc mô phỏng gieo 2 con xúc xắc 250 lần của 9 nhóm với các nội dung:

+ Số lần xuất hiện có tổng số chấm trên hai mặt con xúc xắc xuất hiện bằng 7 và tần số tương đối của giá trị đó.

+ Kết quả tính trung bình của 4 lần mô phỏng của nhóm (TBN)

+ Kết quả trung bình của 9 nhóm (TB9N).

Chúng tôi tổng hợp ở bảng dưới đây:

		Lần 1	Lần 2	Lần 3	Lần 4	TBN	TB9N
Nhóm 1	Số lần	38	46	45	39		
	TSTD	0,152	0,184	0,18	0,156	0,168	0,1639
Nhóm 2	Số lần	33	51	36	38		
	TSTD	0,132	0,204	0,144	0,152	$\frac{79}{125}$	0,164
Nhóm 3	Số lần	44	52	43	39		
	TSTD	0,176	0,208	0,172	0,156	0,178	$\frac{59}{360} \approx 0.018$
Nhóm 4	Số lần	89	4	15	22		
	TSTD	0,356	0,016	0,06	0,088	0,126	x
Nhóm 5	Số lần	32	37	35	57		
	TSTD	0,16	0,148	0,14	0,228	0,169	x
Nhóm 6	Số lần	44	43	35	40		
	TSTD	0,176	0,172	0,140	0,160	0,162	0c164
Nhóm 7	Số lần	47	44	37	32		
	TSTD	0,188	0,176	0,148	0,128	0,16	$\frac{59}{360} \approx 0.16389$
Nhóm 8	Số lần	50	50	41	47		
	TSTD	0,2	0,2	0,164	0,188	0,188	$\frac{59}{360} \approx 0.1638$
Nhóm 9	Số lần	40	36	41	49		
	TSTD	0,16	0,144	0,164	0,196	0,166	0,164

Nhận xét

+ Kết quả trung bình nhóm: nhóm 2 chỉ mới tính tổng TSTD của các lần bấm máy, chưa ghi nhận kết quả trung bình vào phiếu trả lời. Tuy nhiên, khi lên bảng ghi kết quả trung bình của nhóm thì nhóm đã ghi nhận kết quả tính trung bình của nhóm mình là **0,158**.

Trả lời yêu cầu 1:

+ Kết quả lần 1 bấm máy: Số lần xuất hiện ...33... Tần số tương đối...0,132...
 + Kết quả lần 2 bấm máy: Số lần xuất hiện ...36... Tần số tương đối...0,144...
 + Kết quả lần 3 bấm máy: Số lần xuất hiện ...31... Tần số tương đối...0,124...
 + Kết quả lần 4 bấm máy: Số lần xuất hiện ...38... Tần số tương đối...0,152...
 + Trung bình của 4 kết quả trên: $\frac{79}{125}$

Hình 1. Kết quả ở nhóm 2 trả lời yêu cầu 1

+ Kết quả tính trung bình của 9 nhóm: có 2 nhóm (nhóm 4 và 5) chưa thực hiện, các nhóm khác ghi nhận các kết quả gần bằng nhau. Nhóm 2 bấm máy sai dẫn đến ghi nhận kết quả sai. Nhóm 3 bấm nhầm kết quả $\frac{59}{360} \approx 0.018$. Có 6 nhóm (1, 2, 6, 7, 8, 9) tính trung bình 9 nhóm ra kết quả gần giống nhau, trong đó có 3 nhóm làm tròn kết quả sau dấu phẩy 3 chữ số và 3 nhóm làm tròn kết quả sau dấu phẩy 4 hoặc 5 chữ số.

Trả lời yêu cầu 1:

+ Kết quả lần 1 bấm máy: Số lần xuất hiện ...50... Tần số tương đối...0,2...
 + Kết quả lần 2 bấm máy: Số lần xuất hiện ...41... Tần số tương đối...0,164...
 + Kết quả lần 3 bấm máy: Số lần xuất hiện ...47... Tần số tương đối...0,188...
 + Kết quả lần 4 bấm máy: Số lần xuất hiện ...50... Tần số tương đối...0,2...
 + Trung bình của 4 kết quả trên: ...0,188...

+ Trung bình các kết quả từ các nhóm:
 $(0,188 + 0,164 + 0,188 + 0,158 + 0,169 + 0,168 + 0,16 + 0,166 + 0,176) : 9$
 $= \frac{59}{360} \approx 0,1638$

Hình 2. Kết quả ở nhóm 8 trả lời yêu cầu 1

Như vậy, thông qua bảng tổng hợp trên, chúng tôi nhận thấy các nhóm thực hiện sử dụng máy tính cầm tay theo hướng dẫn của giáo viên và kết quả các giá trị của các nhóm tương đối gần với giá trị $\frac{1}{6} \approx 0.166$. Chỉ có hai nhóm chưa kịp tính kết quả trung bình 9 nhóm. Như vậy ở pha 1, chúng tôi đã giúp học sinh trải nghiệm tính tần số tương đối (xác suất thực nghiệm) trên máy tính cầm tay với hoạt động trải nghiệm là gieo xúc xắc. Chúng tôi ghi nhận tất cả các nhóm đã hoàn thành tốt yêu cầu này. Với yêu cầu tính trung bình của tần số tương đối ở các lần mô phỏng, chúng tôi sẽ dùng kết quả đó để chuẩn bị cho việc HS quan sát, suy ngẫm ở pha 2 dưới đây.

Pha 2, các em làm việc tập thể với yêu cầu 2 và 3 trong phiếu học tập.

Yêu cầu 2: “Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt con xúc xắc xuất hiện bằng 7 khi gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất bằng công thức xác suất cổ điển đã học”

Cả 9 nhóm đều tính đúng xác suất theo công thức cổ điển $P(A) = \frac{1}{6}$. Tuy nhiên, nhóm 8 bấm máy sai dẫn đến ghi nhận kết quả như sau: $\frac{1}{6} \approx 1.67$.

Yêu cầu 2: Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt con xúc xắc xuất hiện bằng 7 khi gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất bằng công thức xác suất cổ điển đã học.

Trả lời yêu cầu 2:

$$A = \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}, n(A) = 6$$

$$n(\Omega) = 6^2 = 36$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 1,67$$

Hình 3. Nhóm 8 bấm máy tính sai ở yêu cầu 2

Nhận xét: Các nhóm trình bày yêu cầu 2 tương đối đơn giản (không nêu rõ về điều kiện đồng khả năng của biến cố cũng như không nêu phép thử hay biến cố cần tìm). Các điều kiện này hầu như học sinh hiểu là điều hiển nhiên trong bài toán nên không nêu ra, các em chỉ tìm kết quả cho bài toán để tiếp tục thực hiện yêu cầu 3 là so sánh và nhận xét về kết quả trên.

Yêu cầu 3

Với kết quả tính toán phía trên, GV yêu cầu HS so sánh và nhận xét hai kết quả ở hai yêu cầu 1, 2 và được kết quả của các nhóm như sau:

+ Có 5/9 nhóm nhận xét: tần số tương đối và xác suất cổ điển chênh lệch không đáng kể, gần bằng nhau (nhóm 2, 4, 5, 6, 9).

Chúng tôi ghi nhận lại nhận xét của các nhóm này ở bảng dưới đây:

<p>Nhóm 2: Tần số tương đối và xác suất cổ điển chênh lệch nhau đơn vị nhỏ, không đáng kể.</p> <p>Nhóm 4: $P(A) = \frac{1}{6} \approx 0.167$. Trung bình ở yêu cầu 1: 0,126 => gần bằng nhau.</p> <p>Nhóm 5: Theo em thì nó không có sự chênh lệch nhiều (0,164 < 0,166)</p> <p>Nhóm 6: Gần bằng nhau (0,164 và 0,167)</p> <p>Nhóm 9: 0,164 và 0,167 là gần bằng nhau, không chênh lệch quá nhiều. Vì vậy, tần số tương đối và xác suất cổ điển là hầu như không chênh lệch nhiều, chênh lệch không đáng kể.</p>
--

+ Nhóm 4 là nhóm không tính trung bình của 9 nhóm nên nhóm này chỉ sử dụng kết quả trung bình của nhóm (4 lần bấm máy với $250 \times 4 = 1000$ lần thử nghiệm tung xúc xắc trên MTCT). Tuy nhiên, nhóm vẫn đưa ra được nhận xét về việc gần bằng nhau của 2 kết quả.

+ Có 2/9 nhóm nhận xét: tần số tương đối nhỏ hơn xác suất cổ điển, không nói rõ về kết quả hai giá trị gần bằng nhau (nhóm 3, 8).

Nhóm 8 là nhóm bấm máy tính sai kết quả ở yêu cầu 2 $\left(\frac{1}{6} \approx 1.67\right)$ nên khi so sánh thì nhóm 8 đưa ra nhận xét tần số tương đối nhỏ hơn xác suất cổ điển. Nhóm 8 sử dụng từ “trung bình xác suất cổ điển” ở đây cũng chưa chính xác. Các em HS chưa hiểu dụng ý việc tính trung bình tần số tương đối của GV là việc thử nghiệm với số lần lớn từ 9 nhóm thực hiện

(GV sẽ đưa ra câu hỏi sau khi pha 2 kết thúc và để HS thực hiện khái quát hoá, trừu tượng hoá ở pha 3)

Trả lời yêu cầu 3:

So sánh: 0,1638 < 1,67
 ⇒ Trung bình tần số tương đối < Trung bình xác suất cổ điển
 Vậy xác suất cổ điển và tần số tương đối khác nhau (xác suất cổ điển lớn hơn)

Hình 4. Nhóm 8 bấm máy sai ở yêu cầu 2

do đó dẫn đến việc so sánh ở yêu cầu 3 chưa chính xác

+ Có 1/9 nhóm nhận xét: có kết quả rất tương đối (nhóm 7).

Nhóm 7: Có kết quả rất tương đối:

- Tần số tương đối: $\frac{59}{360}$
- Xác suất cổ điển: $\frac{1}{6} = \frac{60}{360}$

+ Có 1/9 nhóm nhận xét: hai phương pháp khác nhau (nhóm 1).

Tóm lại: Với 2 pha trên, chúng tôi nhận thấy các nhóm đã thực hiện theo hướng dẫn và sử dụng MTCT để tính tần số tương đối một cách nhanh chóng. Đồng thời các nhóm (5/9 nhóm) cũng đã nhận xét được về kết quả tần số tương đối và xác suất cổ điển (xấp xỉ, gần bằng nhau). Tuy nhiên các nhóm chưa ghi nhận được là số lần thử phải khá lớn.

Pha 3, sau khi kết thúc pha 2, GV sẽ giới thiệu cho HS về xác suất thực nghiệm, đặt một số câu hỏi để HS có thể đưa ra phát biểu chính xác nhất có thể về mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển (do ở pha 2 các em chưa ghi nhận được được điều kiện số lần thử khá lớn để xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển xấp xỉ nhau).

GV cũng lưu ý thêm cho HS: trong thực tế, chúng ta sử dụng xác suất thực nghiệm chủ yếu trong các tình huống các biến cố không đồng khả năng xảy ra và phải thử nghiệm với số lần khá lớn thì việc kết luận mới có kết quả tương đối chính xác.

Pha 4,

Chúng tôi tóm tắt câu trả lời của các nhóm trong bảng sau:

Nhóm	Đáp án
1	Đáp án A vì bấm máy FX-880BTG 4 lần, mỗi lần thực hiện 250 lần gieo với kết quả số chấm nhỏ hơn 3 lần lượt là: 87, 89, 72, 106. Tổng 4 lần (1000 lần gieo) là 354.
2	Sử dụng tính năng gieo xúc xắc ở casio 880, tìm số lần xuất hiện mặt có số chấm là 1 và 2. Chọn đáp án A.
3	Đáp án B Vì xúc xắc có 6 mặt nên tỉ lệ ra mặt nhỏ hơn 3 (1,2,3) bằng tỉ lệ lớn hơn 3 tức (4,5,6) là 50/50
4	Đáp án A. Giải thích: Bấm máy

5	Vì một con xúc xắc có số từ một đến sáu mà nhỏ hơn 3 chỉ có 2 số là 1 và 2 nên khả năng số lần xuất hiện của mặt xúc xắc thỏa mãn yêu cầu đề bài sẽ là $\frac{1}{3}$ nên khi gieo 1000 lần thì khả năng lớn nhất là $\frac{1000}{3} \approx 333$ thuộc vào tập hợp từ $\{301; 302; \dots; 400\}$ sẽ là đáp án A.
6	Đáp án A. Em không rõ.
7	Đáp án C. Không biết giải thích
8	Đáp án A. Không giải thích.
9	Đáp án A vì xác suất gieo ra số nhỏ hơn 3 (1 hoặc 2) là rất thấp.

Có 7/9 nhóm chọn đúng đáp án A.

+ Trong đó có 3 nhóm (nhóm 1, 2, 4) sử dụng MTCT trải nghiệm trực tiếp để ra đáp án. Nhưng chỉ có nhóm 1 ghi rõ ràng kết quả của 4 lần bấm máy (trung ứng 1000 lần gieo xúc xắc).

+ Có 3 nhóm không giải thích hoặc giải thích chưa rõ ràng (nhóm 6, 8, 9).

+ Có 1 nhóm (nhóm 5) dựa vào mối liên hệ giữa xác suất cổ điển và xác suất thực nghiệm để giải thích lựa chọn của nhóm.

Tóm lại, phần lớn các nhóm đã sử dụng được MTCT trải nghiệm việc gieo xúc xắc để giải quyết bài toán trên.

3. Kết luận

Học sinh được thực hành sử dụng máy tính cầm tay để tính tần số tương đối ở phép thử gieo xúc xắc. Qua trải nghiệm trên máy tính cầm tay, học sinh đã nắm vững kiến thức về mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất cổ điển. Đây là phần kiến thức các em chưa được học vì nội dung phần này được giảng dạy ở lớp 6 và lớp 8 trong chương trình 2018, các em HS lớp 10 ở năm học 2022-2023 chỉ mới được học SGK mới trong năm học này.

Việc hiểu về xác suất theo tiếp cận thống kê sẽ giúp học sinh có thể áp dụng kiến thức này vào các tình huống thực tế khác nhau. Ví dụ, trong các trường hợp mà các biến cố không đồng khả năng xảy ra, học sinh không thể sử dụng công thức xác suất cổ điển, nhưng có thể dùng tiếp cận thống kê để đưa ra nhận định.

Chúng tôi đã sử dụng máy tính cầm tay như một công cụ hỗ trợ để giúp học sinh trải nghiệm và so sánh kết quả, nhằm tạo ra một học tập trải nghiệm mới.

Tóm lại, từ việc trải nghiệm đó, có thể thấy được máy tính cầm tay mang lại lợi ích quan trọng trong việc dạy học xác suất. Nó giúp học sinh trải nghiệm trực tiếp và khám phá tri thức mới về xác suất. Thay vì chỉ thực hiện trên giấy, học sinh có thể thực hiện tính toán xác suất trên máy tính cầm tay, từ đó tạo ra sự tương tác và hứng thú trong quá trình học tập.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Angco, R. J., Aliser, A., Lacson, E., & Bonotan, A. (2023). The Use of Graphing Calculators in Teaching Mathematics: A Meta-Synthesis. *Jurnal Pendidikan Progresif*, 13(2), 230-243. <http://dx.doi.org/10.23960/jpp.v13.i2.202307>
- Azita M. (1999). Computers and school mathematics reform: implications for mathematics and science teaching. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 18(1), 31-48.
- Briggs, L. (1977). *Instructional Design: Principles and Applications*. Englewood Cliffs.
- Demana, F., & Waits, B. K. (1990). Implementing the Standards: The Role of Technology in Teaching Mathematics. *Mathematics Teacher*, 83(1), 27-31. <https://www.learntechlib.org/p/141713/>
- Dunham, P. H. (1995). *Calculator Use and Gender Issues, Association for Women in Math*. Newslett.
- Kolb, David A. (1984). *Experiential Learning Theory and The Learning Style Inventory: A Reply to Freedman and Stumpf*. Case Western Reserve University.
- Le, T. H. C. (2012). *Day hoc xac suat – thong ke o trung pho thong [Teaching probability and statistics in high schools]*. Ho Chi Minh City University of Education Publishing House.
- Le, T. B. T. T., Nguyen, D. K. K., Nguyen, T. D., Vu, T. T. H., & Nguyen, T. B. H. (2012). *Phan mem mo phong mot so may tinh bo tui nhan hieu CASIO giup nghien cuu cac hoat dong day hoc Toan co su dung may tinh bo tui o trung pho thong [Simulation software for some CASIO-branded handheld calculators helps research Math teaching activities using handheld calculators in high schools]*. Summary report on ministerial-level science and technology topics, Ho Chi Minh City University of Education.
- McCulloch, A. W. (2007). *Teddy bear or tool: Students' perspectives on graphing calculator use*. Rutgers The State University of New Jersey-New Brunswick.
- McCulloch, A. W., Kenney, R. H., & Keene, K. A. (2013). What to trust: Reconciling mathematical work done by hand with conflicting graphing calculator solutions. *School Science and Mathematics*, 113(4), 201-210.
- Ministry of Education and Training. (2018). *Chuong trinh giao duc pho thong mon Toan [General education program in Mathematics]*. Vietnam Education Publishing House.
- Ndlovu, L. (2019). *A design based research on students' understanding of quadratic inequalities in a graphing calculator enhanced environment*. Doctoral dissertation, Stellenbosch University.
- Nguyen, C. T. (2005). *Etude didactique de l'introduction d'éléments d'algorithmique et de programmation dans l'enseignement mathématique secondaire à l'aide de la calculatrice*, Thèse de doctorat, Laboratoire Leibniz, Université Joseph Fourier – Grenoble I.
- Nguyen, V. H. (2019). *Mot so bien phap khai thac, su dung may tinh cam tay trong day hoc mon Toan o trung pho thong [Some measures to exploit and use handheld computers in teaching Mathematics in high schools]*. *Education Magazine. Thai Nguyen Department of Education and Training*, 460(2), 31-34.
- Ovaert, J.-L., & Lazet, D. (1981). Pour une nouvelle approche de l'enseignement de l'analyse. *Bulletin Inter IREM*, 20.
- Rodriguez, M. (2019). Impact of implementing graphing calculators on college algebra students' performance, satisfaction, and motivation. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(6), 96-109.

- Towers, D. (2018). *Effects of the graphing calculator on students with and without disabilities*. Doctoral Dissertation, School of Education and Human Services, St. John's University (New York).
- Tran, D. C. (2012). Su dung may tinh bo tui phat trien tu duy thuat toan trong giai quyet van de [Using a handheld calculator develops algorithmic thinking in problem solving]. Master's thesis in education. Majoring in Theory and Methods of Teaching Mathematics. Hue University of Education.

**TEACHING EXPERIMENTAL PROBABILITY
WITH THE SUPPORT OF CALCULATORS**

Nguyen Thi Nga^{1}, Nguyen Ngoc Yen²*

¹*Ho Chi Minh City University of Education, Vietnam*

²*Nguyen Cong Tru High School, Ho Chi Minh City, Vietnam*

**Corresponding author: Nguyen Thi Nga – Email: ngant@hcmue.edu.vn*

Received: March 10, 2023; Revised: August 11, 2023; Accepted: November 19, 2023

ABSTRACT

Calculators are one of the common and familiar tools used in teaching Mathematics to students. This paper discusses the benefits of calculators to Mathematics education, in particular, their potential in teaching and learning probability in high schools. A lesson was conducted for students using calculators to calculate experimental probability and helping students to understand the relationship between experimental and classical probability. Thereby, students understand the meaning of this approach to probability and apply it to solving practical problems.

Keywords: 2018 Mathematics Curriculum; classical probability; experimental probability; Calculators; Teaching probability