



Bài báo nghiên cứu

ĐẠY HỌC CHU TRÌNH EULER TRONG CHUYÊN ĐỀ TOÁN 11 THEO ĐỊNH HƯỚNG BỒI DƯỠNG TƯ DUY MÁY TÍNH CHO HỌC SINH

Nguyễn Thị Nga^{1*}, Phạm Vũ Thanh²

¹Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

²Trung tâm Toán Titan, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

*Tác giả liên hệ: Nguyễn Thị Nga – Email: ngant@hcmue.edu.vn

Ngày nhận bài: 09-6-2024; ngày nhận bài sửa: 02-10-2024; ngày duyệt đăng: 15-10-2024

TÓM TẮT

Trong thời đại ngày nay, tư duy máy tính đang dần trở nên quan trọng trong đời sống và trong nghiên cứu Toán, Tin học. Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, chuyên đề “Làm quen với một vài yếu tố của lý thuyết đồ thị” nói chung và “chu trình Euler” nói riêng là một chủ đề toán học hiện đại, thường được sử dụng để khám phá, giải quyết những vấn đề thực tế. Trong nghiên cứu này, chúng tôi xây dựng hoạt động dạy học “chu trình Euler” theo định hướng bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh và xác định hiệu quả của chúng. Phần thực nghiệm của nghiên cứu được thực hiện tại một trường trung học ở Việt Nam (với 25 học sinh lớp thực nghiệm). Kết quả cho thấy, học sinh lớp thực nghiệm đã cải thiện được kết quả học tập của mình và có biểu hiện những thành tố của tư duy máy tính, phát huy được khả năng tìm giải pháp tổng quát cho các bài toán liên quan đến lý thuyết đồ thị.

Từ khóa: Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018; tư duy máy tính; chu trình Euler; lý thuyết đồ thị; giáo dục Toán học

1. Giới thiệu

Sự phát triển nhanh của công nghệ và tốc độ xử lý thông tin khiến việc dạy tư duy máy tính cho học sinh ngày càng quan trọng. Trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, chuyên đề “Làm quen với một vài yếu tố của lý thuyết đồ thị”, đặc biệt bài đường đi Euler, có tiềm năng bồi dưỡng tư duy máy tính. Filiz Mumcu et al. (2023) đã nghiên cứu việc tích hợp tư duy máy tính vào giáo dục toán qua các hoạt động không dùng máy tính (CS Unplugged), chỉ ra rằng phần lớn nghiên cứu hiện tại tập trung vào lập trình, ít chú trọng kiến thức toán học, cần nghiên cứu thêm về mối liên hệ giữa toán học và tư duy máy tính trong thực tiễn lớp học. Tương tự, Do (2023) nhấn mạnh cần đánh giá sâu hơn biểu hiện tư duy máy tính của học sinh, nhằm biến tư duy này thành kỹ năng giải quyết vấn đề thiết yếu trong tương lai.

Cite this article as: Nguyen Thi Nga, & Pham Vu Thanh (2025). Teaching the Euler cycle in Math 11: A computational thinking-oriented approach for students. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 22(1), 50-61.

Theo nghiên cứu của González và cộng sự (2021), có bốn cấp độ nhận thức có thể đạt được khi học đối tượng tri thức lí thuyết đồ thị: thứ nhất, học sinh cảm nhận được đồ thị; cấp độ thứ hai là phân biệt được các phần và tính chất của đồ thị; cấp độ thứ ba là phát hiện được mối quan hệ giữa các tính chất của đồ thị; và cấp độ cuối cùng, đồ thị được xử lí như các đối tượng toán học trừu tượng (González et al., 2021). Chúng tôi thấy rằng, các cấp độ này có nhiều điểm tương đồng với các biểu hiện và sự phát triển của các thành tố của tư duy máy tính dựa trên kết quả nghiên cứu của Tauno Palts và Margus Pedaste (2020): xác định vấn đề (trừu tượng hóa, phân rã xây dựng vấn đề) – học sinh cảm nhận làm quen với chu trình Euler nói riêng và các đối tượng trong lí thuyết đồ thị nói chung, đồng thời có thể nhận ra được một số tính chất của chu trình Euler; giải quyết vấn đề (thiết kế thuật toán, sự lặp lại, tự động hóa trong thuật toán) – học sinh nhận ra được mối liên hệ giữa các tính chất, đặc điểm của đồ thị để tìm chu trình Euler; phân tích giải pháp (tổng quát hóa, thử nghiệm đánh giá) – kết thúc giai đoạn này chu trình Euler được xử lí như một đối tượng toán học trừu tượng, áp dụng thuật toán tìm chu trình Euler vào các bài toán thực tế.

Như vậy, dạy học bồi dưỡng tư duy máy tính và đối tượng chu trình Euler có mối quan hệ mật thiết với nhau. Hơn nữa, khi dạy nội dung về lí thuyết đồ thị “GV phải lựa chọn những nội dung và cách thức phù hợp để truyền tải đến các em, đồng thời thiết kế những tình huống thực tế phù hợp” (Phan, 2018).

Tóm lại, trong nghiên cứu này chúng tôi sẽ xây dựng quy trình dạy học chu trình Euler phù hợp theo định hướng bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh, sau đó thực hiện phân tích định tính kiểm tra hiệu quả của quy trình này.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Tư duy máy tính


Các nhà nghiên cứu về giáo dục đã liệt kê các kĩ năng cần có trong thế kỉ XXI, một trong số đó là “Tư duy máy tính” (Wetzel, 2020). Từ năm 2006, các tổ chức giáo dục và một số quốc gia đã đưa vào những nội dung giảng dạy nhằm hình thành và phát triển tư duy máy tính cho học sinh (Do, 2023).

Đến nay đã có khá nhiều khái niệm về tư duy máy tính được đưa ra. Karl Beecher (2017) đã liệt kê một số khái niệm về tư duy máy tính trong cuốn sách của mình như sau: Theo Wing (2014), tư duy máy tính là quá trình tư duy liên quan đến việc định rõ một vấn đề và diễn đạt các giải pháp của nó một cách sao cho máy tính – dù là con người hay máy móc – có thể thực hiện một cách hiệu quả. Denning (2009) nhấn mạnh tư duy máy tính là trạng thái tư duy để trình bày vấn đề như một sự chuyển đổi từ dữ liệu đầu vào sang một kết quả đầu ra và tìm kiếm thuật toán thực hiện sự chuyển đổi này, đồng thời sử dụng toán học để phát triển thuật toán và nghiên cứu cách giải quyết các vấn đề tương tự. Hemmendinger (2010) (trích dẫn trong Do, 2023) định nghĩa việc giảng dạy tư duy máy tính là cách suy nghĩ như một nhà khoa học, sử dụng tính toán để giải quyết vấn đề, sáng tạo và khám phá các câu hỏi mới có thể được xuất hiện một cách hiệu quả.

Csizmadia và cộng sự (2015) (trích dẫn trong Csizmadia, 2017) đã đề xuất các thành tố chính của tư duy máy tính gồm: Tư duy thuật toán (algorithmic thinking-cách tiếp cận một giải pháp thông qua định rõ các bước cần làm); Tổng quát hóa (generalization-cách giải quyết nhanh chóng các vấn đề tương tự dựa trên việc đã giải quyết vấn đề trước đó); Đánh giá (evaluation-quá trình đảm bảo một giải pháp thuật toán là một giải pháp tốt, phù hợp với mục đích); Phân rã (decomposition-cách suy nghĩ về vấn đề, thuật toán, quy trình và hệ thống dưới dạng các phần nhỏ hơn của chúng); Trừu tượng hóa (abstraction-cách làm cho vấn đề hoặc hệ thống dễ suy nghĩ hơn). Theo Palts và Pedaste (2020) thì các thành tố này và sự phát triển của chúng được chia thành ba giai đoạn lớn, đó là: Xác định vấn đề; Giải quyết vấn đề và phân tích giải pháp.

2.2. Khái niệm Chu trình Euler trong Sách chuyên đề Toán 11

Các tác giả Sách chuyên đề Toán 11 (bộ “Chân trời sáng tạo”) giới thiệu khái niệm đường đi Euler và chu trình Euler trong đồ thị liên thông như sau:

 Cho G là một đồ thị liên thông.
 Trong đồ thị G , một đường đi từ đỉnh A đến đỉnh B , đi qua tất cả các cạnh của G , mỗi cạnh đúng một lần, được gọi là **đường đi Euler** từ A đến B .
 Một chu trình đi qua tất cả các cạnh của đồ thị, mỗi cạnh đúng một lần, được gọi là **chu trình Euler**.

Hình 1. Định nghĩa đường đi, chu trình Euler trong sách chuyên đề Toán 11

Định lý điều kiện cần và đủ để một đồ thị liên thông có chu trình Euler cũng được giới thiệu. Cách mà Sách chuyên đề Toán 11 đề cập đến sự tồn tại của đường đi Euler trong một đồ thị liên thông cũng tương tự: “Đồ thị liên thông G có chu trình Euler khi và chỉ khi mọi đỉnh của nó đều có bậc chẵn” và “Đồ thị liên thông G có đường đi Euler nhưng không có chu trình Euler nếu và chỉ nếu nó có đúng hai đỉnh bậc lẻ.”.

Tuy nhiên, chúng tôi thấy rằng trong phần này không có tình huống giúp HS tổng quát một cách (thuật toán) tìm đường đi (chu trình) Euler của đồ thị liên thông đơn giản mà HS sẽ chỉ thử vẽ 1, 2 đường (chu trình) để kiểm tra mà không tuân theo quy tắc các bước vẽ nào. Điều này là do mục tiêu bài học chỉ dừng lại ở mức “nhận biết khái niệm, đường đi, chu trình Euler” và “chỉ ra được một đồ thị có chu trình, đường đi Euler hay không, vận dụng vào giải quyết các bài toán liên quan”. Tuy nhiên, nếu phải gặp những tình huống yêu cầu chỉ ra toàn bộ đường đi (chu trình) trong một đồ thị liên thông thì chắc chắn HS sẽ gặp khó khăn khi không có một quy trình nào cụ thể. Khi tìm được 1, 2 đường đi (chu trình) hợp lý thì làm sao để biết được liệu rằng đồ thị này còn đường đi (chu trình) Euler nào khác hay đã đủ rồi. Việc không có nội dung, hoạt động tạo cơ hội cho HS được suy nghĩ tìm ra thuật toán (quy trình) tìm đường đi Euler sẽ bỏ lỡ cơ hội bồi dưỡng tư duy máy tính cho HS khi học chuyên đề này.

Như vậy, nội dung “Đường đi Euler” có cơ hội để bồi dưỡng các thành tố của tư duy máy tính cho HS như thành tố “Tư duy thuật toán”, “Trừu tượng hóa”, “Phân rã”, “Đánh giá” và “Tổng quát hóa”. Trong đó thành tố “Tổng quát hóa” và “Tư duy thuật toán” không thực sự rõ ràng trong việc tìm ra cách xác định đường đi, chu trình Euler mà chỉ xuất hiện

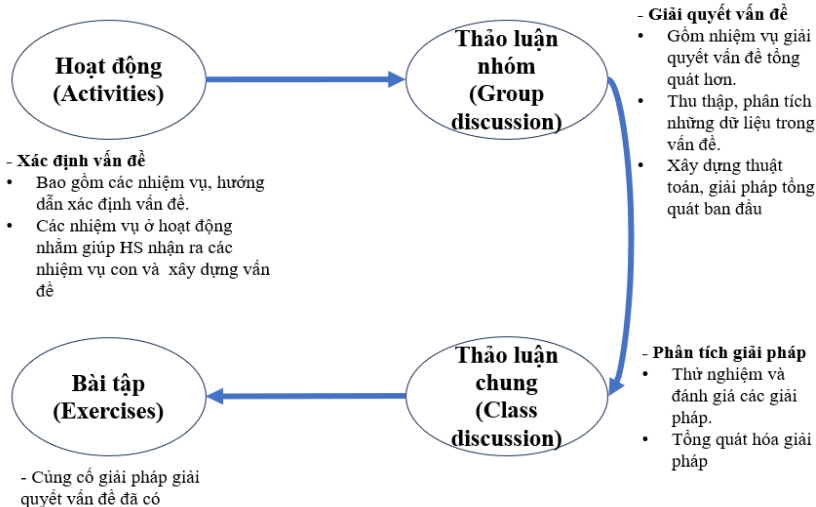
mở nhạt trong phần bài tập vận dụng (là các bài tương tự với các ví dụ và tình huống trước đó). HS chỉ áp dụng các kinh nghiệm có sẵn chứ chưa có cơ hội để khám phá ra những quy tắc, cách tìm đường đi tổng quát với các đồ thị đơn giản khác nhau. Điều này có thể được cải thiện trong cách tổ chức dạy học nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho HS.

2.3. Quy trình dạy học chu trình Euler nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh

Để xây dựng quy trình dạy học chu trình Euler trong nghiên cứu này, chúng tôi đã dựa trên ba cơ sở lí thuyết quan trọng là lí thuyết APOS (Dubinsky, 2020), chu trình dạy học ACE (Arnon, 2014), và các giai đoạn dạy học nhằm phát triển tư duy máy tính của Palts và Pedaste (2020). Lí thuyết APOS cung cấp một khung lí thuyết để học sinh xây dựng kiến thức từ các hành động cơ bản (Action) đến quá trình thực hành giải quyết vấn đề (Process), sau đó hình thành các đối tượng (Object) và cuối cùng tổng hợp lại thành sơ đồ sử dụng kiến thức với đối tượng tri thức đang học (Schema). Chu trình ACE (Hoạt động – Thảo luận – Bài tập) là một phương pháp giảng dạy cụ thể hóa lí thuyết APOS, giúp học sinh trải qua các giai đoạn từ tham gia hoạt động, thảo luận và phân tích vấn đề, cho đến việc áp dụng kiến thức vào thực tế.

Bên cạnh đó, các giai đoạn dạy học của Tauno Palts và Margus Pedaste đề xuất (Palts & Pedaste, 2020), gồm nhận diện vấn đề, giải quyết vấn đề và phân tích giải pháp, cũng được tích hợp vào quy trình dạy học này nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh. Sự kết hợp giữa lí thuyết APOS, chu trình ACE và các giai đoạn dạy học của Palts và Pedaste tạo ra một quy trình giảng dạy hoàn chỉnh với đối tượng tri thức là một số vấn đề cơ bản của lí thuyết đồ thị, không chỉ giúp học sinh nắm bắt được các khái niệm lí thuyết đồ thị mà còn phát triển khả năng tư duy, phân tích và giải quyết vấn đề một cách hiệu quả. Điều này đảm bảo rằng học sinh không chỉ hiểu lí thuyết mà còn biết cách áp dụng chúng vào các tình huống thực tế, đồng thời nâng cao kĩ năng tư duy máy tính cần thiết cho thế kỉ XXI.

Chúng tôi tóm tắt 4 pha dạy học trong thực nghiệm qua sơ đồ dưới đây:



Hình 3. Quy trình dạy học chu trình Euler nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh

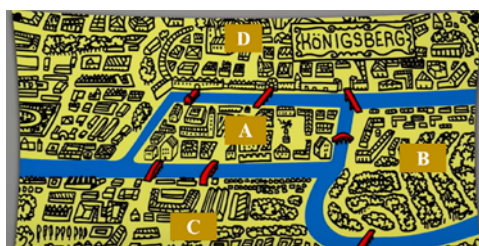
Đầu tiên, giai đoạn “Xác định vấn đề” tương ứng với thành phần (pha) “Hoạt động” (A-Activities) trong chu trình ACE. Để thực hiện được các hoạt động hoặc chu trình, rõ ràng học sinh sẽ phải xây dựng vấn đề và trừu tượng hóa vấn đề trong trí óc, xác định ngầm ẩn những nhiệm vụ con cần giải quyết trong vấn đề lớn (ví dụ muốn tìm điều kiện có đường đi Euler thì trước tiên học sinh cần nhận xét được các đặc điểm, tính chẵn lẻ về bậc của mỗi đỉnh hay vẽ hình bằng một nét bút...). Tiếp đến, giai đoạn “Giải quyết vấn đề” có thể kết hợp với thành phần (pha) “Thảo luận nhóm” (G-Group discussion) để thu được một số giải pháp ban đầu. Sau khi thực hiện các hoạt động liên quan một hoặc nhiều khái niệm toán học, học sinh làm việc, thảo luận theo nhóm giải quyết các nhiệm vụ trên giấy dựa trên các hoạt động đã được thực hiện trước đó. Qua các cuộc thảo luận nhóm, học sinh có cơ hội suy ngẫm về những hành động đã thực hiện trong các hoạt động ở pha 1, từ những dữ liệu và thông tin thu thập được, HS có thể đề xuất một quy trình, thuật toán hoặc đơn giản là các quy tắc để giải quyết vấn đề một cách tổng quát hơn. Cuối cùng giai đoạn “Phân tích giải pháp” xuất hiện trong pha thảo luận chung cả lớp, tranh luận về giải pháp giải quyết vấn đề với nhóm khác. Rõ ràng thành tố đánh giá và tổng quát hóa được thể hiện rõ nét qua những tranh biện, thảo luận và kết quả của các nhóm khi thực hiện sản phẩm học tập. Ở cuối giai đoạn thảo luận tại lớp, một hay một vài thuật toán tổng quát được thử nghiệm, đánh giá và thống nhất bởi tất cả các nhóm, được tổng kết và phát biểu bởi giáo viên. Có thể nói rằng ở cuối giai đoạn này, cách giải quyết vấn đề tìm đường đi Euler đã trở thành một đối tượng mới được hình thành trong trí óc học sinh, học sinh sử dụng đối tượng này để giải quyết các vấn đề tương tự trong các bài tập luyện tập.

Phần “Bài tập” bao gồm các vấn đề tương tự được giao cho học sinh thực hiện ở nhà, nhằm củng cố những kiến thức đã có thông qua các hoạt động hình thành kiến thức tại lớp. Cụ thể từng pha chúng tôi sẽ trình bày trong phần dưới đây.

2.3.1. Các pha hoạt động

Hoạt động.

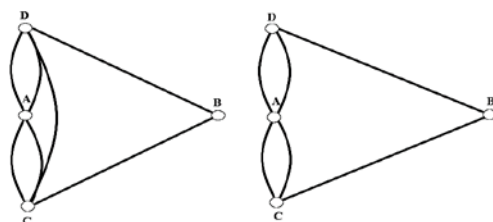
Nhiệm vụ 1. Dòng sông Pregel chảy qua thành phố Königsberg khiến thành phố bị chia thành 4 khu. Vào một ngày, thị trưởng thành phố cạnh bên, muốn đi dạo qua Königsberg, đi qua tất cả các cây cầu và ông muốn hỏi Euler rằng: “Liệu người khách du lịch có thể đi bộ qua thành phố, viếng tất cả các khu vực và chỉ đi qua mỗi cây cầu một lần được hay không?”



Hình 4. Hình ảnh mô tả bài toán 7 cây cầu (Nguồn: Muzivcesku.cz)

Em hãy vẽ lại sơ đồ trên dưới dạng đồ thị và bằng cách dùng bút thử đi qua tất cả các cây cầu đúng một lần mà không nhấc bút lên. Liệt kê và vẽ lại các lộ trình đường đi mà em đã thử nghiệm bằng các dấu mũi tên chỉ hướng (mỗi lộ trình vẽ bằng mỗi hình phân biệt). Liệu rằng có đường đi nào như ngài thị trưởng mong muốn hay không?

Nhiệm vụ 2. Nếu xây thêm một cây cầu hoặc bỏ bớt một cây cầu như hai hình dưới đây, có tìm được một đường đi qua tất cả các cây cầu, mỗi cây cầu đi qua đúng một lần hay không? Nếu có hãy chỉ ra và vẽ lại các đường đi đó, liệu có nhiều đường như vậy không?



Hình 5. Mô tả biến thể của bài toán 7 cây cầu

Nhiệm vụ 3. Tại mỗi đỉnh của các đồ thị trong hai nhiệm vụ 1 và 2, em hãy tô màu xanh cho các cạnh đi vào đỉnh và màu cam cho các cạnh đi ra khỏi đỉnh. Sau đó, đếm số cạnh đi vào và đi ra tại mỗi đỉnh, quan sát, so sánh và xác định sự khác biệt giữa các đồ thị ở nhiệm vụ 1 và 2. Từ đó, hãy lí giải tại sao chúng ta có thể tìm ra đường đi qua tất cả các cạnh trong nhiệm vụ 2 nhưng không thể làm như vậy trong nhiệm vụ 1.

Nhiệm vụ 4. Quan sát các hình sau, hãy chỉ ra hình nào có thể vẽ bằng một nét mà không cần nhấc bút lên. Sau đó thử kiểm tra lại bằng cách vẽ các hình đó bằng một nét bút (không nhấc bút lên).



Thảo luận nhóm

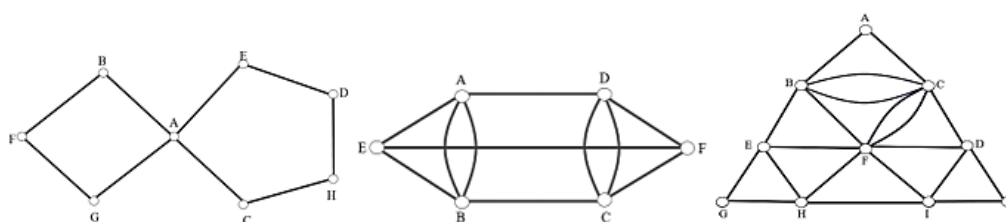
Nhiệm vụ 5. Dùng bút nối các đỉnh để vẽ lại các hình sau đây bằng một nét bút (vẽ bằng một nét liên tục không nhấc bút lên và không vẽ đè lên các đường đã vẽ trước đó), các hình mẫu ở nhiệm vụ 4.

Nhiệm vụ 6. Từ các trải nghiệm của em, hãy viết một hướng dẫn để gửi cho nhóm khác các bước chi tiết để tìm chu trình (đường đi) Euler trong các đồ thị (viết ngắn gọn nhất có thể). Trình bày chi tiết các bước đó.

Thảo luận chung

Nhiệm vụ 7. Áp dụng các bước đã đề xuất để quấn sợi chỉ quanh những đỉnh ghim để tạo thành hình theo mẫu sau. Lưu ý giữa 2 đỉnh ghim chỉ được nối bởi tối đa một sợi chỉ (nói cách khác sợi chỉ không được nối qua một đường nhiều lần).

Các thành viên mỗi nhóm xếp thành hàng dọc, lần lượt từng thành viên chạy lên (xoay vòng) quấn sợi chỉ tới đỉnh tiếp theo đến khi hoàn thành hình theo mẫu.



Hình 6. Các hình mẫu trong nhiệm vụ 7

Cải thiện các bước đã nêu trong nhiệm vụ 6 (nếu cần thiết).

2.3.2. Đối tượng và nội dung thực nghiệm

Đối tượng thực nghiệm: Học sinh lớp 11 đã được học bài “Đồ thị” tại trường phổ thông FPT Polytechnic.

Các hoạt động học tập trong các bài học được giao cho lớp thực nghiệm được thiết kế dựa trên chu trình học tập đã nêu. Cuối cùng, chúng tôi phân tích hiệu quả theo hướng bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh.

2.4. Kết quả thực nghiệm

Kết quả định tính

Hoạt động

Nhiệm vụ 1.

Theo quan sát của chúng tôi, tất cả các học sinh đều vẽ được những “hình ảnh” của đồ thị biểu thị hình ảnh thực tế tình huống 7 cây cầu. Một số em sử dụng cách làm vẽ thử từ hình thực tế, sau đó theo yêu cầu mô tả bài toán qua đồ thị để giải quyết vấn đề. Một phần do đã được học khá kỹ trước đó về việc vẽ đồ thị, các em đều có thể biểu thị các vùng đất A, B, C, D thành các đỉnh và các cây cầu là các cạnh nối các đỉnh đó. Đồng thời học sinh cũng khá hào hứng thử và vẽ được một vài đường đi, cuối cùng phải thừa nhận không thể có đường đi nào có thể qua tất cả 7 cây cầu.

Nhiệm vụ 2.

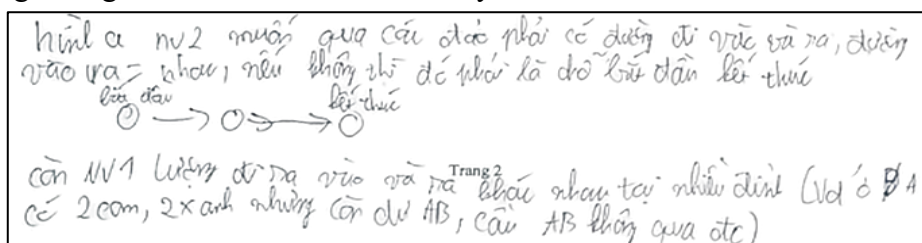
Nhiệm vụ 2 tương tự nhiệm vụ 1 nhưng có phần dễ hơn vì đã có sẵn đồ thị. Theo quan sát của chúng tôi các học sinh thực hiện vẽ được các đường đi thỏa yêu cầu là qua tất cả các cạnh đúng một lần, nhiều em chỉ ra được có nhiều đường đi như vậy ở cả hình a và hình b bằng cách đi thử và kiểm tra qua đồ thị. Cuối cùng đưa ra được kết luận là có thể có nhiều đường đi thỏa mãn yêu cầu khi thêm hoặc bỏ bớt một cây cầu như trong hình.

Nhận xét:

Xét trên cơ sở là bước giai đoạn hoạt động nhằm xác định vấn đề, học sinh được giải quyết nhiệm vụ làm quen với vấn đề đường đi Euler, thử nghiệm và vẽ các đường đi. Để giải quyết từng yêu cầu, học sinh sử dụng kiến thức, kinh nghiệm đã biết về khái niệm đồ thị và khái niệm đường đi. Qua đó giúp học sinh nhận ra một vài nhiệm vụ con (ví dụ như không thể bắt đầu đường đi tại một điểm tùy ý) và xây dựng được vấn đề cần giải quyết là “cách tìm đường đi Euler” một cách ngầm ẩn.

Nhiệm vụ 3, 4.

Ở yêu cầu “tô màu xanh với đường đi vào đỉnh và màu cam với đường đi ra khỏi đỉnh đó”, sau khi được GV hướng dẫn và đưa ví dụ về cách tô màu thì cả lớp đều dễ dàng hoàn thành yêu cầu này. Tuy nhiên đến yêu cầu “đếm số đường đi vào và đi ra tại mỗi đỉnh, quan sát, so sánh và chỉ ra sự khác nhau giữa đồ thị ở hai nhiệm vụ trên” thì một số em đã tỏ ra bối rối không biết phải ghi thế nào và chỉ nói được điểm dễ thấy nhất là đồ thị ở nhiệm vụ 1 có cạnh nối A và B, còn đồ thị ở nhiệm vụ 2 thì không còn cạnh đó mà thêm vào cạnh nối D và C. Các em này dù đã có tô màu đường vào và ra tại các đỉnh nhưng lại không có nhận xét gì liên quan đến nó. Tuy nhiên bên cạnh đó có các học sinh khác đưa ra câu trả lời khá tốt, lí giải “vì sao có thể tìm ra lộ trình đi qua tất cả các cạnh đúng một lần với đồ thị ở nhiệm vụ 2 nhưng không thể ở nhiệm vụ 1.” Dưới đây là một vài câu trả lời của học sinh.



Hình 7. Một câu trả lời của học sinh ở nhiệm vụ 3

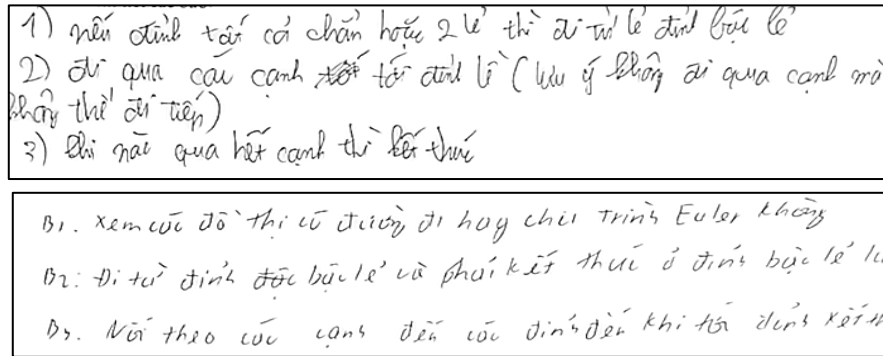
Câu trả lời các em học sinh đã so sánh được “số đường đi vào”, “số đường đi ra” tại một đỉnh. Thậm chí câu trả lời của một số em đã đưa ý tưởng của thuật toán Fleury khi nhận định “không vòng lại được”. Đồng thời tại một đỉnh, có em đã nhận ra số đường đi vào phải bằng số đường đi ra (trừ đỉnh bắt đầu và kết thúc)-đây chính là điều kiện tồn tại đường đi (chu trình) Euler. Cuối cùng GV giới thiệu tên đường đi Euler và điều kiện để một đồ thị có đường đi (chu trình Euler). Như vậy, điều kiện để đồ thị có đường đi Euler đã trở nên rõ ràng.

Thảo luận nhóm

Nhiệm vụ 5, 6.

Lớp được chia thành 4 nhóm (mỗi nhóm 6 thành viên) tiếp tục thực hành tìm đường đi Euler qua nhiệm vụ: dùng bút nối các đỉnh để vẽ lại hình theo mẫu cho trước bằng một nét bút. Đa số các nhóm đều tính số đỉnh bậc lẻ để xác định đỉnh bắt đầu và hoàn thành nhiệm vụ này khá tốt, có nhóm số 2 thì có gặp trục trặc nhỏ ở ngay hình đầu tiên do nhóm quên phải bắt đầu tại đỉnh bậc lẻ mà nối các đỉnh một cách tùy ý, nhưng ngay sau đó một thành viên trong nhóm đã phát hiện ra nên nhóm đã xóa đi vẽ lại. Ở Hình số 4, 5 chúng tôi quan sát thấy các nhóm đã vẽ theo thuật toán Fleury một cách ngầm ẩn, tức là các em đều lựa chọn không đi qua cạnh cầu trừ khi không còn đường nào khác để đi.

Sau thời gian suy nghĩ, thảo luận và được giáo viên khuyến khích tự tin viết ra kết luận qua kinh nghiệm đã thực hiện ở nhiệm vụ 5, chúng tôi nhận thấy các nhóm đều có được câu trả lời cho riêng mình như sau:



Hình 8. Một số câu trả lời nhiệm vụ 6

Theo kết quả mà chúng tôi ghi nhận được, có 3 trên tổng số 6 nhóm dùng cách nói tùy ý. Chỉ có nhóm số 2 chú ý đến đặc điểm “có thể đi tiếp” của đường đi- đây chính là ý tưởng về hành động không đi qua cạnh cầu, chỉ đi qua cạnh cầu khi không còn cạnh nào khác để đi trong thuật toán Fleury. Có thể thấy có lẽ vì chưa có sự thử nghiệm lại nên quy trình mà nhóm 1, 3, 4 đưa ra vẫn còn nhiều lỗ hổng. Các bước trong quy trình của lần lượt mỗi nhóm được GV xem xét. Lúc này GV chưa cho các nhóm khác nêu ra nhận xét.

Nhận xét:

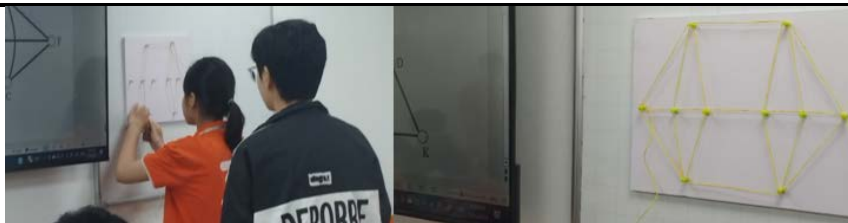
Đối chiếu với khung lí thuyết thì trong giai đoạn thảo luận nhóm, các nhóm đã xây dựng được giải pháp ban đầu. Các bước trong quy trình hướng dẫn mà các nhóm ghi được chính là thuật toán tổng quát ban đầu để giải quyết vấn đề mà các nhóm đã gặp phải. Đến cuối bước này GV chưa chốt lại quy trình, hay câu trả lời của nhóm nào chính xác mà cho các nhóm tự kiểm tra qua nhiệm vụ sau (nhiệm vụ 7) trong giai đoạn thảo luận chung.

Nhiệm vụ 7.

GV chiếu các hình lên màn hình TV rồi cho các nhóm khoảng 30 giây sẵn sàng, sử dụng các bước mà nhóm vừa nêu để quấn sợi chỉ quanh đỉnh ghim tạo thành hình mẫu, mỗi thành viên chỉ được nối một cạnh tới một đỉnh khác rồi chạy xuống cuối hàng cho thành viên khác tiếp tục, đến khi nào hoàn thành hình. GV bấm giờ tổng thời gian mà các nhóm hoàn thành xong 3 hình. Bảng sau đây cho biết thời gian mà các nhóm hoàn thành công việc:

Bảng 3. Thống kê thời gian thực hiện nhiệm vụ 7 của các nhóm

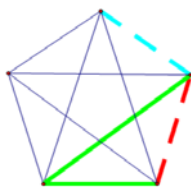
Nhóm	1	2	3	4
Hình 1	33 giây	23 giây	25 giây	31 giây
Hình 2	1 phút 49 giây	1 phút 28 giây	1 phút 22 giây	1 phút 43 giây
Hình 3	2 phút 46 giây	2 phút 11 giây	2 phút 54 giây	2 phút 59 giây
Tổng thời gian	5 phút 8 giây	4 phút 2 giây	4 phút 31 giây	5 phút 13 giây



Hình 9. Thành viên của nhóm lần lượt lên thực hiện hành động ở nhiệm vụ 7

Chúng tôi thấy rằng các thành viên nhóm 2 thực hiện khá nhanh, qua trao đổi thì thấy rằng các thành viên nhóm này rất tự tin thực hiện thao tác, như học sinh T1 nói rằng “cứ đi miễn sao không vi phạm các bước là được, không sợ sai”. Còn với các nhóm kia thì một số thành viên đôi lúc bị lúng túng không biết phải quán chỉ tới đỉnh nào tiếp, có lúc đi sai đường khiến thành viên sau phải sửa lại, dẫn đến thời gian bị kéo dài hơn.

Kết thúc nhiệm vụ 7 các nhóm đều đã hoàn thành được sản phẩm bằng việc tuân theo quy trình các bước đã thảo luận trước đó. Lúc này, GV cho nhóm trưởng lên trình bày về quy trình của nhóm mình. Ngay sau khi nhóm 1 kết thúc phần trình bày, nhóm 2 ngay lập tức đã có nhận xét về quy trình hướng dẫn của nhóm 1 rằng “không thể đi một cách tùy ý, ví dụ ở hình cuối...” sau đó em này vì không biết diễn tả bằng lời nên xin lên bảng để chỉ lên hình, chúng tôi sẽ mô tả lại ý của em này qua hình dưới đây:



Hình 10. Mô tả phản biện của nhóm 2

Ví dụ khi đã đi theo đường màu xanh lá cây (cạnh dưới cùng của hình và đường chéo) rồi thì nếu đi tùy ý lờ như đi theo đường màu đỏ (nét đứt bên phải hình) thì sẽ không đi được nữa, nên đi tùy ý là không rõ. Nhóm 1 đồng ý rằng không được đi theo hướng tùy ý. Các nhóm số 1, 3, 4 đều sửa lại, bổ sung vào thuật toán trước đó mà nhóm mình nêu ra: “Bước 3: từ đỉnh đó đi qua các cạnh kề, nếu không quay lại được đỉnh trước thì phải thử lại đi qua cạnh khác, khi qua tất cả các cạnh thì dừng.”

Cuối cùng GV chốt lại thuật toán để tìm đường đi, chu trình Euler của đồ thị và giới thiệu tên thuật toán Fleury. Chúng tôi thấy rằng trong giai đoạn này, việc phân tích giải pháp của các nhóm được thể hiện ra rất rõ ràng. Các nhóm có cơ hội đánh giá giải pháp của nhau và của chính nhóm mình, sau khi điều chỉnh sửa chữa giải pháp thì đưa ra giải pháp tổng quát chung.

3. Kết luận

Thực nghiệm là tình huống dạy học được thiết kế theo chu trình 4 bước Hoạt động-thảo luận nhóm-thảo luận chung-bài tập nhằm giúp bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh qua chuyên đề “Làm quen với một vài yếu tố của lý thuyết đồ thị”.

Tình huống tạo thuận lợi để người học tích cực, chủ động tìm hiểu tri thức qua đó phát triển các thành tố của tư duy máy tính. Cụ thể, chúng tôi tạo ra tình huống học sinh phải tìm được thuật toán Fleury là giải pháp tổng quát tìm đường đi, chu trình Euler. Bằng việc tổ chức cho các nhóm thảo luận và thảo luận chung toàn lớp, chúng tôi giúp học sinh điều chỉnh lại mối quan hệ cá nhân của mình (mỗi thành viên thực hiện một bước, tuân theo các quy tắc của thuật toán Fleury để hoàn thành nhiệm vụ chung của nhóm) và xây dựng được thuật toán

tìm đường đi, chu trình Euler một cách ngầm ẩn, đồng thời những thành tố của tư duy máy tính được xuất hiện và phát triển qua từng pha.

Kết quả thực nghiệm cho thấy rõ các thành tố của tư duy máy tính được thể hiện một cách khá rõ. Trong pha hoạt động, đa số các em đều loại bỏ được bớt các thông tin, mô tả bài toán bằng đồ thị hay phát hiện được mối quan hệ giữa bậc của đỉnh và sự tồn tại của đường đi Euler. Trong quá trình thảo luận nhóm giải quyết vấn đề, hầu hết các nhóm đều mô tả được quy trình các bước giải quyết vấn đề tổng quát từ những trải nghiệm trước đó ở pha hoạt động (biểu hiện của thành tố “tổng quát hóa” và “tư duy thuật toán”). Ngoài ra trong pha thảo luận chung, các nhóm cũng đã có những phản bác, trao đổi giữa các thuật toán của các nhóm, đánh giá quy trình của nhóm nào có thể có sai sót, chưa phù hợp (biểu hiện của thành tố “đánh giá”) và cuối cùng chốt lại được một phương án giải quyết vấn đề tốt nhất.

Những điều này là cơ sở cho phép chúng tôi tin rằng thực nghiệm dạy học mà mình xây dựng đã thu được kết quả khả quan và hoàn toàn có thể được triển khai trong các dự án dạy học “chu trình Euler” nói riêng và chuyên đề “Làm quen với một vài yếu tố của lý thuyết đồ thị” nói chung sau này nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *Apos theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>
- Beecher, K. (2017). *Computational thinking - A Beginner's Guide to Problem-Solving and Programming*. BCS The Chartered Institute for IT.
- Csizmadia, A., Curzon, P., Dorling, M., Humphreys, S., Ng, T., Selby, C., & Woollard, J. (2015). *Computational thinking: A guide for teachers* (pp. 6-9). Computing At School.
- Csizmadia, A., & Sentance, S. (2017). Computing in the curriculum: Challenges and strategies from a teacher's perspective. *Education and Information Technologies*, 22, 469-495. <https://doi.org/10.1007/s10639-016-9482-0>
- Denning, P. J. (2009). The profession of IT: Beyond computational thinking. *Communications of the ACM*, 52(6), 28-30. <https://doi.org/10.1145/1516046.1516054>
- Do, T. H. (2023). *Thiết kế một số tình huống dạy học toán theo định hướng tư duy máy tính ở trường trung học [Design some computational thinking-oriented math teaching situations in high schools]* [Doctoral dissertation]. Ho Chi Minh City University of Education.
- Dubinsky, E. (2020). Actions, processes, objects, schemas (APOS) in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 8-11). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_3

- González, A., Gallego-Sánchez, I., Gavilán-Izquierdo, J. M., & Puertas, M. L. (2021). Characterizing levels of reasoning in graph theory. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(8), em1990. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11020>
- Mumcu, F., Kidiman, E., & Özdinc, F. (2023). Integrating computational thinking into mathematics education through an unplugged computer science activity. *Journal of Pedagogical Research*, 7(2), 72-92.
- Palts, T., & Pedaste, M. (2020). A model for developing computational thinking skills. *Informatics in Education*, 19(1), 113-128. <https://doi.org/10.15388/infedu.2020.06>
- Phan, T. K. A. (2021). *Day hoc chuyen de " Lam quen voi mot vai yeu to cua li thuyet do thi" qua hoat dong trai nghiem [Teaching the topic "Getting acquainted with some elements of graph theory" through experiential activities]* [Doctoral dissertation]. Ho Chi Minh City University of Education.
- Tran, N. D., Tran, D. H., Nguyen, T. A., & Dang, V. D. (2023). *Chuyen de hoc tap mon Toan 11 Chan Troi Sang Tao [Math learning topics grade 11-Chan troi sang tao]*. Vietnam Education Publishing House.
- Wetzel, S., Milicic, G., & Ludwig, M. (2020). Gifted students' use of computational thinking skills approaching a graph problem: A case study. In *Edulearn20 Proceedings* (pp. 6936-6944). IATED. <https://doi.org/10.21125/edulearn.2020.1797>
- Wing, J. M. (2014). *Computational thinking benefits society*. 40th anniversary blog of social issues in computing, 2014, 26.

TEACHING THE EULER CYCLE IN MATH 11: A COMPUTATIONAL THINKING-ORIENTED APPROACH FOR STUDENTS

Nguyen Thi Nga^{1}, Pham Vu Thanh²*

¹*Ho Chi Minh City University of Education, Vietnam*

²*Titan Education, Ho Chi Minh, Vietnam*

**Corresponding author: Nguyen Thi Nga – Email: ngant@hcmue.edu.vn*

Received: June 09, 2024; Revised: October 02, 2024; Accepted: October 15, 2024

ABSTRACT

In the modern era, computational thinking is increasingly recognised as important in daily life, Math, and Informatics research. In the 2018 high school curriculum, the topic "Getting acquainted with some elements of graph theory" in general and "Euler cycle" in particular represents a contemporary mathematical concept, frequently applied to real-world problem-solving. This study develops teaching activities on the Euler cycle designed to foster computational thinking in students and evaluate their effectiveness. The experiment was conducted at a high school in Vietnam with a class of 25 students. The results indicate that students in the experimental class demonstrated improved learning outcomes and exhibited key aspects of computational thinking, enhancing their ability to develop general solutions to graph theory-related problems.

Keywords: 2018 Mathematics Curriculum; computational thinking; Euler path; graph theory; mathematics education