TẠP CHÍ KHOA HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH
Tập 22, Số 4 (2025): 590-602
Website: https://journal.hcmue.edu.vn
ISSN: 2734-9918

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION
JOURNAL OF SCIENCE
Vol. 22, No. 4 (2025): 590-602
https://doi.org/10.54607/hcmue.js.22.4.4354(2025)

Bài báo nghiên cứu

HIỆU ỨNG NHIỆT-TỪ LÊN PHỔ NĂNG LƯỢNG CỦA NGUYÊN TỬ HYDRO ĐẶT TRONG PLASMA

Nguyễn Thị Hương Giang, Huỳnh Gia Phú, Lý Duy Nhất*

Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

**Tác giả liên hệ: Lý Duy Nhất – Email: nhatld@hcmue.edu.vn*

Ngày nhận bài: 19-6-2024; ngày nhận bài sửa: 30-8-2024; ngày duyệt đăng: 29-10-2024

TÓM TẮT

Nhiệt độ kết hợp với từ trường có thể ảnh hưởng đến phổ năng lượng của nguyên tử hydro khi nhúng trong plasma bị giam trong từ trường, gây ra hiệu ứng nhiệt-từ. Điều này được phát hiện thông qua việc tách chuyển động khối tâm để thu được Hamiltonian chính xác. Trong công trình này, chúng tôi áp dụng phương pháp toán tử FK để khảo sát hiệu ứng này lên mức năng lượng cơ bản và các mức kích thích bậc nhất. Kết quả thu được nghiệm chính xác bằng số đến 9 chữ số thập phân với cường độ từ trường lên đến 2.35×10^5 *Tesla và nhiệt độ lên đến* 3.16×10^6 *K. Kết quả này chỉ ra rằng sự thay đổi các mức năng lượng có thể quan sát bằng thực nghiệm, và khi xét bài toán nguyên tử hydro nhúng trong plasma cần được chú ý đến hiệu ứng nhiệt-từ.*

Từ khóa: nguyên tử hydro; phép biến đổi Kustaanheimo-Stiefel; phương pháp toán tử; thế màn chắn; hệ nguyên tử ba chiều

1. Giới thiệu

Bài toán nguyên tử hydro trong từ trường là một trong những chủ đề đầu tiên được nghiên cứu sau khám phá của Zeeman về sự phân tách các vạch quang phổ (Zeeman, 1897). Bài toán này cũng đóng vai trò quan trọng trong nghiên cứu phổ năng lượng phát xạ từ các sao neutron và sao lùn trắng với từ trường siêu cao 10^4 Tesla trở lên (Igoshev et al., 2021). Tuy nhiên, đa số các công trình chưa xét tới nhóm số hạng mô tả sự ảnh hưởng của nhiệt-từ.

Có nhiều công trình nghiên cứu bài toán này bằng các phương pháp khác nhau như pháp biến phân hữu hạn (Chen & Goldman, 1992), sử dụng bộ cơ sở B-spline trong hệ tọa độ cầu (Xi et al., 1992), phân tích hàm sóng thành dạng chuỗi lũy thừa theo bán kính và sin của góc khối (Kravchenko et al., 1996). Đặc biệt năm 2014, Gyanendra dùng phương pháp thể tích hữu hạn để tìm được hàm sóng và năng lượng của nguyên tử hydro trong từ trường có cường độ trong khoảng từ 0 đến 1.41×10^{12} G với độ chính xác 10^{-6} (Gyanendra, 2014).

Cite this article as: Nguyen, T. H. G., Huynh, G. P., & Ly, D. N. (2025). Thermo-magnetic effects on the energy spectra of hydrogen atoms placed in plasma. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, *22*(4), 590-602. https://doi.org/10.54607/hcmue.js.22.4.4354(2025)

Những năm gần đây, bài toán nguyên tử hydro trong từ trường vẫn tiếp tục được nghiên cứu sâu rộng. Điển hình là công trình (Cao et al., 2019), trong đó phương pháp toán tử Feranchuk-Komarov (FK) được sử dụng để thu được năng lượng chính xác cao từ 12 đến 20 chữ số thập phân cho các trạng thái cơ bản và trạng thái kích thích bậc cao, từ trường lên đến 9.4×10^{13}G. Từ những thành công này, nhóm tác giả tiếp tục phát triển phương pháp FK cho bài toán nguyên tử hydro trong plasma (D. Ly et al., 2021).

Plasma là trạng thái thứ tư của vật chất, hình thành trong môi trường các sao neutron và sao lùn trắng có nhiệt độ khoảng 2 keV (Goldston & Rutherford, 1995). Trong phòng thí nghiệm, plasma cũng được tạo ra bằng laser, trong đó phải kể đến laser-produced electron-positron plasma có nhiệt độ khoảng 10 MeV (He et al., 2021; Jirka & Kadlecová, 2023), MCF (Magnetic Confinement Fusion) plasma (Yao et al., 2022) hay ICF (Inertial Confinement Fusion) Plasma khoảng 10 keV (Betti & Hurricane, 2016), laser plasma x-ray source khoảng 1 keV (Dorchies et al., 2023). Khi bị ion hóa, các electron bị tách ra khỏi các nguyên tử hoặc phân tử, tạo thành các ion dương và các electron tự do chuyển động trong môi trường nhiệt độ rất cao và nhiều điện tích. Sau đó, một electron có thể tái kết hợp với một proton để tạo thành nguyên tử hydro. Lúc này, nguyên tử hydro được xem như bị nhúng trong plasma và sự tương tác giữa electron và proton lúc này được mô tả bằng thế tương tác chắn như thế Yukawa hay thế chắn Coulomb tổng quát dạng cosine và e-mũ (the more general exponential cosine screened Coulomb potential – MGECSC).

Có nhiều công trình nghiên cứu về đặc tính của các loại plasma và phổ năng lượng của nguyên tử hydro nhúng trong nó (Bahar & Soylu, 2020; D. Ly et al., 2021). Tuy nhiên, đa số các công trình lí thuyết lại bỏ qua số hạng tương tác nhiệt-từ trong Hamiltonian chính xác, trong khi hiệu ứng này có thể ảnh hưởng đáng kể lên phổ năng lượng và góp phần làm sai lệch kết quả lí thuyết so với thực nghiệm. Công trình (D.-N. Ly et al., 2023) nghiên cứu sự ảnh hưởng của nhiệt-từ lên phổ năng lượng exciton trong đơn lớp TMD (Transition metal dichalcogenide monolayers) đã gợi ý cho chúng tôi thực hiện nghiên cứu hiệu ứng này. Nhóm tác giả đã chỉ ra tỉ số độ thay đổi năng lượng là $\Delta E / E = 3.9/16.6$ cho mức năng lượng $3s$ khi xét đến nhiệt độ 300 Kelvin và từ trường 90 Tesla, một lần nữa khẳng định hiệu ứng này không những ảnh hưởng đến phổ năng lượng của exciton hai chiều mà còn có thể ảnh hưởng lớn lên phổ năng lượng của nguyên tử hydro ba chiều nhúng trong plasma khi bị giam trong từ trường.

Trong công trình này, chúng tôi xét tới số hạng gây hiệu ứng nhiệt-từ trong phương trình schrödinger của nguyên tử hydro trong từ trường với thế chắn Yukawa, tìm năng lượng và hàm sóng của một vài trạng thái lượng tử thấp. Từ đó, chỉ ra rằng không thể bỏ qua hiệu ứng nhiệt-từ khi xét đến bài toán nguyên tử hydro nhúng trong plasma bị giam trong từ trường. Từ những thành công của phương pháp toán tử FK (Cao et al., 2019; D. Ly et al., 2021, 2024), chúng tôi tiếp tục áp dụng phương pháp này để khảo sát sự thay đổi của năng lượng theo nhiệt độ và từ trường nhằm đánh giá mức độ ảnh hưởng của hiệu ứng nhiệt-từ lên năng lượng và hàm sóng.

2. Phương pháp toán tử FK khảo sát hiệu ứng nhiệt-từ

2.1. Hiệu ứng nhiệt-từ trong plasma

Phương trình Schrödinger cho nguyên tử hydro trong từ trường có màn chắn trong hệ đơn vị nguyên tử được viết dưới dạng

$$\left(\hat{H}-E\right)\psi\left(x,y,z\right)=0,$$

$$\hat{H}=-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)-\frac{1-\rho}{1+\rho}\frac{i\gamma}{2}\left(x\frac{\partial}{\partial y}-y\frac{\partial}{\partial x}\right)+\frac{1}{8}\gamma^2\left(x^2+y^2\right) \quad (1)$$

$$-\frac{e^{-\lambda\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}+\beta\left(T\right)\gamma x.$$

trong đó, ta có λ là tham số màn chắn có liên hệ với bán kính Debye λ_D theo hệ thức $\lambda=1/\lambda_D=3.54\sqrt{n_e/T}$, phụ thuộc vào nhiệt độ và mật độ của plasma (Goldston & Rutherford, 1995), T là nhiệt độ tuyệt đối lấy theo đơn vị năng lượng, $T=1$ a.u. tương đương với 316.000 Kelvin, n_e là mật độ của electron, $n_e=1$ a.u. tương đương với 6.75×10^{24} cm^{-3}. Tham số $\beta\left(T\right)=\sqrt{3\rho T/\left(1+\rho\right)^2}$ phụ thuộc vào nhiệt độ và tỉ số $\rho=m_e/m_h\simeq1/1836,$ với m_h là khối lượng hạt nhân, m_e là khối lượng electron. Đơn vị chiều dài là bán kính Bohr hiệu dụng $a_0^*=4\pi\varepsilon_0\hbar^2/\left(\mu e^2\right)\simeq0.529$ Å, đơn vị năng lượng là Hartree hiệu dụng $E_h^*=\mu e^4/\left(16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2\right)\simeq27.2$ eV và đơn vị từ trường là $B_0=\mu E_h^*/\left(e\hbar\right)\simeq2.35\times10^5$ Tesla, với $\mu=m_h\cdot m_e/\left(m_h+m_e\right)\simeq9.11\times10^{-31}$ kg là khối lượng rút gọn.

Bởi vì tỉ số ρ khá nhỏ, nên plasma có nhiệt độ cỡ vài a.u. thì $\beta\left(T\right)$ mới đủ lớn để hiệu ứng nhiệt thể hiện rõ. Trong phòng thí nghiệm hiện nay có thể tạo ra plasma bằng laser (Wu et al., 2021) hoặc trong lò phản ứng phân hạch. Nhiệt độ plasma có thể được ước tính thông qua cường độ laser I và bước sóng λ_l của laser bằng công thức $T\sim\left(I\lambda_l^2\right)^{1/3}$ (Miaja-Avila et al., 2015). Nhiệt độ laser electron-positron plasma có thể lên tới 10^6 a.u., MCF plasma (Yao et al., 2022) và ICF plasma (Betti & Hurricane, 2016) lên tới 10^2 a.u.. Điều này cho thấy số hạng $\beta\left(T\right)\gamma x$ trong (1) là đáng kể và cần phải xét đến.

2.2. Phương pháp toán tử FK

Khi không xét đến hiệu ứng nhiệt độ, $\beta\left(T\right)=0,$ phương trình Schrödinger đã được giải thành công trong trường hợp thế tổng quát MGECSC (D. Ly et al., 2021). Lúc này, moment động lượng theo trục Oz là

$$\hat{l}_z=-i\left(x\frac{\partial}{\partial y}-y\frac{\partial}{\partial x}\right) \quad (2)$$

được bảo toàn. Tuy nhiên, khi xét đến số hạng gây ra hiệu ứng nhiệt-từ $\beta(T)\gamma x$, lúc này giao hoán tử $\left[\hat{l}_z, \hat{H}\right] \neq 0$ dẫn đến quy trình áp dụng phương pháp toán tử FK sẽ thay đổi.

Trong công trình này, chúng tôi sẽ trình bày các bước áp dụng phương pháp này trong việc giải phương trình (1) và cũng nêu ra các bước cải tiến so với các công trình trước đây.

(i) Qua phép biến đổi Kustaanheimo-Stiefel

$$x = 2u_1u_2 + 2v_1v_2,\ \ y = 2u_1v_2 - 2u_2v_1,\ \ z = u_1^2 - u_2^2 + v_1^2 - v_2^2,\ \ \phi = \arctan\frac{v_1}{u_1} + \arctan\frac{v_2}{u_2},$$

phương trình (1) được viết thành

$$\begin{cases} -\frac{1}{8}\left(\frac{\partial^2}{\partial u_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial v_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial v_2^2}\right) - \left(\varepsilon - \frac{\gamma}{2}\hat{l}_z\right)\left(u_1^2 + v_1^2 + u_2^2 + v_2^2\right) \\ + \frac{1}{2}\gamma^2\left(u_1^2 + v_1^2\right)\left(u_2^2 + v_2^2\right)\left(u_1^2 + v_1^2 + u_2^2 + v_2^2\right) - Ze^{-\lambda\left(u_1^2+v_1^2+u_2^2+v_2^2\right)} \\ + \beta(T)\gamma\left(2u_1u_2 + 2v_1v_2\right)\left(u_1^2 + v_1^2 + u_2^2 + v_2^2\right)\Big\}\psi(u,v) = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Ở đây, moment động lượng

$$\hat{l}_z = -\frac{i}{2}\left(v_1\frac{\partial}{\partial u_1} - u_1\frac{\partial}{\partial v_1} + u_2\frac{\partial}{\partial v_2} - v_2\frac{\partial}{\partial u_2}\right), \tag{4}$$

và góc $\phi: 0 \to 2\pi$ được đưa vào như một biến số thêm, khi chuyển từ không gian (u, v) về không gian (x, y, z) ta cần điều kiện $\partial\psi / \partial\phi = 0,$ hay là

$$\left(u_1\frac{\partial}{\partial v_1} - v_1\frac{\partial}{\partial u_1} + u_2\frac{\partial}{\partial v_2} - v_2\frac{\partial}{\partial u_2}\right)\psi(u,v) = 0. \tag{5}$$

(ii) Biểu diễn Hamiltonian trong phương trình (3) qua các toán tử sinh, hủy $\hat{a}_s$, $\hat{a}_s^+$, $\hat{b}_s$, $\hat{b}_s^+$ $(s = 1, 2)$ sau

$$\hat{a}_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{\alpha}_s - i\hat{\beta}_s\right),\ \ \hat{a}_s^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{\alpha}_s^+ + i\hat{\beta}_s^+\right),\ \hat{b}_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{\alpha}_s + i\hat{\beta}_s\right),\ \ \hat{b}_s^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{\alpha}_s^+ - i\hat{\beta}_s^+\right), \tag{6}$$

trong đó, các toán tử sinh, hủy $\hat{a}_s$, $\hat{a}_s^+$, $\hat{\beta}_s$, $\hat{\beta}_s^+$ được định nghĩa

$$\hat{\alpha}_s = \sqrt{\frac{\omega}{2}}\left(u_s + \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial u_s}\right),\ \hat{\alpha}_s^+ = \sqrt{\frac{\omega}{2}}\left(u_s - \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial u_s}\right),\ \hat{\beta}_s = \sqrt{\frac{\omega}{2}}\left(v_s + \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial v_s}\right),\ \hat{\beta}_s^+ = \sqrt{\frac{\omega}{2}}\left(v_s - \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial v_s}\right). \tag{7}$$

Việc tổ hợp như biểu thức (6) giúp cho moment động lượng theo trục $\hat{l}_z$ trong (4) trở thành

$$\hat{l}_z = \frac{1}{2}\left(\hat{a}_1^+\hat{a}_1 - \hat{a}_2^+\hat{a}_2 - \hat{b}_1^+\hat{b}_1 + \hat{b}_2^+\hat{b}_2\right). \tag{8}$$

Bây giờ, chúng tôi nhân 2ω vào phương trình (3) rồi thay các biến $(u,\ v)$ và các toán tử đạo hàm bằng các toán tử sinh, hủy và thu được phương trình Schrödinger dạng đại số

$$\left\{-\frac{1}{2}\omega^2\hat{K}-\left(\varepsilon-\frac{m}{2}\gamma\right)\hat{R}+\frac{1}{8\omega^2}\gamma^2\hat{M}-2Z\omega\hat{U}+\frac{2}{\omega}\beta(T)\gamma\hat{V}_T\right\}|\psi\rangle=0. \quad (9)$$

Trong phương trình (9) chứa các toán tử $\hat{K}$, $\hat{R}$, $\hat{M}$, $\hat{U}$ đã được giới thiệu trong công trình (Cao et al., 2019; D. Ly et al., 2021) nhưng để thuận tiện cho theo dõi chúng tôi ghi lại

$$\hat{U}=e^{-\frac{\lambda}{2\omega}\left(\hat{a}_1\hat{b}_1+\hat{a}_1^+\hat{b}_1^++\hat{a}_1^+\hat{a}_1+\hat{b}_1^+\hat{b}_1+\hat{a}_2\hat{b}_2+\hat{a}_2^+\hat{b}_2^++\hat{a}_2^+\hat{a}_2+\hat{b}_2^+\hat{b}_2+2\right)}, \quad (10)$$

còn toán tử $\hat{V}_T$ xuất hiện trong phương trình (9) là do xét đến hiệu ứng nhiệt-từ và được viết lại ở dạng các toán tử sinh, hủy như sau

$$\begin{aligned}\hat{V}_T=&\left[\left(\hat{a}_2^++\hat{a}_1\right)\left(\hat{b}_1^++\hat{b}_2\right)+\left(\hat{a}_1^++\hat{a}_2\right)\left(\hat{b}_2^++\hat{b}_1\right)\right]\\&\times\left(\hat{a}_1\hat{b}_1+\hat{a}_1^+\hat{b}_1^++\hat{a}_1^+\hat{a}_1+\hat{b}_1^+\hat{b}_1+\hat{a}_2\hat{b}_2+\hat{a}_2^+\hat{b}_2^++\hat{a}_2^+\hat{a}_2+\hat{b}_2^+\hat{b}_2+2\right).\end{aligned} \quad (11)$$

Nhờ vào tính chéo hoán toán tử $\hat{l}_z$ nên trị riêng m trong phương trình $\hat{l}_z|\psi\rangle=m|\psi\rangle$ được thay vào (9).

(iii) Sau đó, chúng tôi sử dụng bộ hàm cơ sở là hàm dao động tử điều hòa bốn chiều dạng đại số trong (D. Ly et al., 2021) để tính toán các yếu tố ma trận. Tuy nhiên, do giao hoán tử $\left[\hat{l}_z,\hat{H}\right]\neq 0,$ nghĩa là $\hat{l}_z$ không bảo toàn nên chúng tôi cần viết lại dưới dạng

$$|k_1,k_2,m(\omega)\rangle=\frac{1}{\sqrt{k_1!k_2!\left(k_1+|m|\right)!\left(k_2+|m|\right)!}}\left(\hat{a}_1^+\hat{b}_1^+\right)^{k_1}\left(\hat{a}_2^+\hat{b}_2^+\right)^{k_2}|0,0,m(\omega)\rangle. \quad (12)$$

Ở đây, $|0,0,m(\omega)\rangle=(\hat{a}_1^+\hat{b}_2^+)^{|m|}|0(\omega)\rangle$ khi $m\geq 0$ hoặc $|0,0,m(\omega)\rangle=(\hat{a}_2^+\hat{b}_1^+)^{|m|}|0(\omega)\rangle$ khi $m<0$. Trạng thái chân không $|0(\omega)\rangle$ được định nghĩa từ các phương trình

$$\hat{a}_1|0(\omega)\rangle=0,\quad \hat{a}_2|0(\omega)\rangle=0,\quad \hat{b}_1|0(\omega)\rangle=0,\quad \hat{b}_2|0(\omega)\rangle=0 \quad (13)$$

với điều kiện chuẩn hóa $\langle 0|0(\omega)\rangle=1$. Chúng tôi tính các yếu tố ma trận một cách dễ dàng theo hướng dẫn của công trình (Cao et al., 2019; D. Ly et al., 2021) cho các toán tử $\hat{K}$, $\hat{R}$, $\hat{M}$, $\hat{U}$. Tuy nhiên, yếu tố ma trận của toán tử $\hat{V}_T$ là

$$\begin{aligned}\left(V_T\right)_{\substack{k_1,k_2,m'\\n_1,n_2,m}}=&\langle k_1,k_2,m'|\left[\left(\hat{a}_2^++\hat{a}_1\right)\left(\hat{b}_1^++\hat{b}_2\right)+\left(\hat{a}_1^++\hat{a}_2\right)\left(\hat{b}_2^++\hat{b}_1\right)\right]\\&\times\left(\hat{a}_1\hat{b}_1+\hat{a}_1^+\hat{b}_1^++\hat{a}_1^+\hat{a}_1+\hat{b}_1^+\hat{b}_1+\hat{a}_2\hat{b}_2+\hat{a}_2^+\hat{b}_2^++\hat{a}_2^+\hat{a}_2+\hat{b}_2^+\hat{b}_2+2\right)|n_1,n_2,m\rangle.\end{aligned} \quad (14)$$

cần được tính thêm trong bước tính yếu tố ma trận.

(iv) Cuối cùng là giải phương trình hàm riêng, vector riêng để thu phổ năng lượng và hàm sóng.

2.3. Các yếu tố ma trận

Trong phần này, yếu tố ma trận của toán tử $\hat{V}_T$ (14) được tính bằng cách sử dụng các công thức $\hat{a}^+|n\rangle=\sqrt{n+1}|n+1\rangle$ và toán hủy $\hat{a}|n\rangle=\sqrt{n}|n-1\rangle$. Kết quả thu được

$$\left(V_T\right)_{\substack{k_1,k_2,m'\\ n_1,n_2,m}} = \left(V_{|m|-1}\right)_{\substack{k_1,k_2\\ n_1,n_2}} \delta_{|m'|,|m|-1} + \left(V_{|m|+1}\right)_{\substack{k_1,k_2\\ n_1,n_2}} \delta_{|m'|,|m|+1}. \tag{15}$$

trong đó, $\left(V_{|m|-1}\right)_{\substack{k_1,k_2\\ n_1,n_2}}$ và $\left(V_{|m|+1}\right)_{\substack{k_1,k_2\\ n_1,n_2}}$ có biểu thức tính như sau:

$$\begin{aligned}
&\left(V_{|m|-1}\right)_{\substack{k_1,k_2\\ n_1,n_2}}\\
&=\Big[\sqrt{n_1+|m|}\sqrt{n_2}\sqrt{n_2-1}\sqrt{n_2+|m|}\delta_{k_2,n_2-2}+\sqrt{n_2}\sqrt{n_1+|m|}\left(3n_1+3n_2-|m|+2\right)\delta_{k_2,n_2-1}\\
&\quad+\sqrt{n_1+|m|}\sqrt{n_2-|m|+1}\left(3n_1+3n_2+3\right)\delta_{k_2,n_2}\\
&\quad+\sqrt{n_1+|m|}\sqrt{n_2-|m|+1}\sqrt{n_2-|m|+2}\sqrt{n_2+1}\delta_{k_2,n_2+1}\Big]\delta_{k_1,n_1}\\
&+\Big[\sqrt{n_1+1}\sqrt{n_2}\sqrt{n_2-1}\sqrt{n_2-|m|}\delta_{k_2,n_2-2}+\sqrt{n_1+1}\sqrt{n_2}\left(3n_1+3n_2+3\right)\delta_{k_2,n_2-1}\\
&\quad+\sqrt{n_1+1}\sqrt{n_2-|m|+1}\left(3n_1+3n_2+|m|+4\right)\delta_{k_2,n_2}\\
&\quad+\sqrt{n_1+1}\sqrt{n_2-|m|+1}\sqrt{n_2-|m|+2}\sqrt{n_2+1}\delta_{k_2,n_2+1}\Big]\delta_{k_1,n_1+1}\\
&+\Big[\sqrt{n_1+1}\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_1+2}\sqrt{n_2}\delta_{k_2,n_2-1}+\sqrt{n_1+1}\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_1+2}\sqrt{n_2-|m|+1}\delta_{k_2,n_2}\Big]\delta_{k_1,n_1+2}\\
&+\Big[\sqrt{n_2}\sqrt{n_1}\sqrt{n_1+|m|}\sqrt{n_1+|m|-1}\delta_{k_2,n_2-1}+\sqrt{n_2-|m|+1}\sqrt{n_1}\sqrt{n_1+|m|}\sqrt{n_1+|m|-1}\delta_{k_2,n_2}\Big]\delta_{k_1,n_1-1},
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
&\left(V_{|m|+1}\right)_{\substack{k_1,k_2\\ n_1,n_2}}\\
&=\Big[\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_2}\sqrt{n_2-|m|}\sqrt{n_2-|m|-1}\delta_{k_2,n_2-1}+\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_2-|m|}\left(3n_1+3n_2+3\right)\delta_{k_2,n_2}\\
&\quad+\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_2+1}\left(3n_1+3n_2-|m|+4\right)\delta_{k_2,n_2+1}\\
&\quad+\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_2+1}\sqrt{n_2-|m|+1}\sqrt{n_2+2}\delta_{k_2,n_2+2}\Big]\delta_{k_1,n_1}\\
&+\Big[\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_1+|m|+2}\sqrt{n_2-|m|}\sqrt{n_1+1}\delta_{k_2,n_2}\\
&\qquad+\sqrt{n_1+|m|+1}\sqrt{n_1+|m|+2}\sqrt{n_2+1}\sqrt{n_1+1}\delta_{k_2,n_2+1}\Big]\delta_{k_1,n_1+1}\\
&+\Big[\sqrt{n_1}\sqrt{n_2}\sqrt{n_2-|m|}\sqrt{n_2-|m|-1}\delta_{k_2,n_2-1}+\sqrt{n_1}\sqrt{n_2-|m|}\left(3n_1+3n_2+|m|+2\right)\delta_{k_2,n_2}\\
&\quad+\sqrt{n_1}\sqrt{n_2+1}\left(3n_1+3n_2+3\right)\delta_{k_2,n_2+1}+\sqrt{n_2+1}\sqrt{n_2-|m|+1}\sqrt{n_2+2}\sqrt{n_1}\delta_{k_2,n_2+2}\Big]\delta_{k_1,n_1-1}\\
&+\Big[\sqrt{n_1}\sqrt{n_1+|m|}\sqrt{n_1-1}\sqrt{n_2-|m|}\delta_{k_2,n_2}+\sqrt{n_1}\sqrt{n_1+|m|}\sqrt{n_1-1}\sqrt{n_2+1}\delta_{k_2,n_2+1}\Big]\delta_{k_1,n_1-2}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Yếu tố ma trận của các toán tử $\hat{K}$, $\hat{R}$, $\hat{M}$, $\hat{U}$ được tính trong công trình (Cao et al., 2019; D. Ly et al., 2021) và trong công trình này, chúng tôi sử dụng lại.

2.4. Phương trình trị riêng - vector riêng

Bây giờ, chúng tôi khai triển hàm sóng $|\psi\rangle$ trong (9) theo bộ hàm cơ sở (12)

$$|\psi\rangle = \sum_{m=-\mu}^{\mu}\sum_{j=|m|}^{N}\sum_{j_1=0}^{j} C_{j_1,j_2,m}\,|j_1, j-j_2, m\rangle. \tag{18}$$

Cách khai triển hàm sóng (18) dẫn tới có ba chỉ số chạy m, j, j_1 thay vì như các bộ hàm sóng của công trình trước đây chỉ có hai chỉ số chạy là j, j_1. Bởi vì, xét đến hiệu ứng

nhiệt từ nên số lượng tử từ $m = 0,\ \pm 1,\ ...,\ \pm \mu$ không bảo toàn, dẫn đến số lượng các yếu tố ma trận tăng lên đáng kể. Tuy nhiên, chúng tôi vận dụng tính đối xứng và chọn bộ hàm cơ sở $\left| j_1, j - j_2, m \right\rangle$ theo $m \le 0$ hoặc $m \ge 0$. Trong đó, N, μ là số dương tùy chọn.

Tiếp tục thay hàm sóng (18) vào phương trình (9) sẽ thu được vector riêng tổng quát

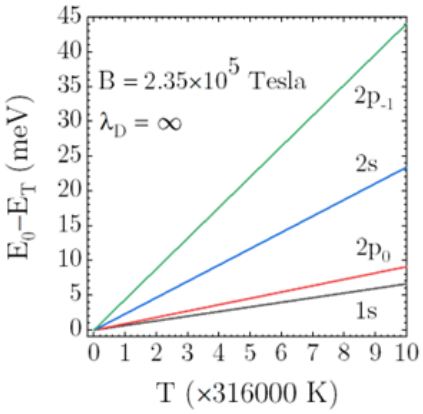
$$\left(\mathbb{H} - \varepsilon\ \mathbb{R}\right)\mathbb{C} = 0, \tag{19}$$

trong đó, $\mathbb{H}$, $\mathbb{R}$ là ma trận Hamiltonian và toán tử $\hat{R}$. Giải (19) sẽ thu được phổ năng lượng là các trị riêng ε và các hằng số khai triển $C_{j_1, j_2, m}$ tương ứng trong hàm sóng (18).

3. Kết quả và thảo luận

Giải số phương trình (19), chúng tôi thu được nghiệm số hội tụ tốt nhất khi tham số tự do ω nằm trong vùng tối ưu từ 0.8 đến 1.5 cho từ trường thấp $\gamma < 0.1$ a.u. và từ 1.5 đến 2.5 cho từ trường cao $\gamma \ge 0.1$ a.u., như đã chứng minh trong công trình (Cao et al., 2019; D. Ly et al., 2021). Trong đó, mức năng lượng cơ bản và kích thích thứ nhất có giá trị chính xác đến 9 chữ số thập phân khi khai triển chuỗi hàm sóng (18) đến $N = 30$. Độ chính xác này đủ để phân tích sự thay đổi năng lượng cỡ 0.1 meV (Goryca et al., 2019). Kết quả cho thấy, ở mức từ trường thấp, sự thay đổi năng lượng theo nhiệt độ không đáng kể. Tuy nhiên, khi ở vùng từ trường cao sự thay đổi này lớn và có thể quan sát bằng thực nghiệm.

Khi xét nguyên tử hydro không bị chắn bởi plasma, chúng tôi xem mật độ plasma $n_e = 0$, hay bán kính Debye $\lambda_D = \infty$. Hình 1 cho thấy sự thay đổi năng lượng khi xét đến hiệu ứng nhiệt-từ, khi cường độ từ trường 1 a.u. $= 2.35 \times 10^5$ Tesla, sự thay đổi cỡ vài meV ở nhiệt độ 316000 K và vài chục meV ở nhiệt độ 3160000 K. Cụ thể, mức $1s$ thay đổi 0.66 meV và 6.64 meV. Mức $2s$ thay đổi 3.34 meV và 23.45 meV. Mức $2p_0$ thay đổi 0.91 meV và 9.12 meV. Mức $2p_{-1}$ có sự thay đổi 4.41 meV và 44.12 meV.



Hình 1. *Độ lệch năng lượng ở nhiệt độ T so với năng lượng không xét đến nhiệt độ $E_0 - E_T$ khi từ trường* 1 a.u. $= 2.35 \times 10^5$ Tesla, *trường hợp bán kính Debye* $\lambda_D = \infty$.

Bảng 1. *Mức năng lượng* $1s$ *thay đổi theo từ trường và nhiệt độ trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro không bị chắn bởi plasma*

Từ trường γ	**Nhiệt độ**				
	$T = 0^*$	$T = 0.01$	$T = 0.1$	$T = 1$	$T = 10$
0	-0.500000000	-0.500000000	-0.500000000	-0.500000000	-0.500000000
0.01	-0.499975003	-0.499975003	-0.499975003	-0.499975004	-0.499975015
0.1	-0.497526480	-0.497526482	-0.497526493	-0.497526611	-0.497527786
1	-0.331168897	-0.331169141	-0.331171338	-0.33119332	-0.331413

* Tại nhiệt độ $T = 0$, kết quả trùng khớp với tài liệu (Cao et al., 2019).

Bảng 2. *Mức năng lượng* $2p_{-1}$ *thay đổi theo từ trường và nhiệt độ trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro không bị chắn bởi plasma*

Từ trường γ	**Nhiệt độ**				
	$T = 0^*$	$T = 0.01$	$T = 0.1$	$T = 1$	$T = 10$
0	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000
0.01	-0.129701127	-0.129701127	-0.129701127	-0.129701132	-0.129701185
0.1	-0.150845672	-0.150845675	-0.150845694	-0.150845892	-0.150847869
1	0.043402942	0.043401322	0.043386748	0.043240805	0.041781

* Tại nhiệt độ $T = 0$, kết quả trùng khớp với tài liệu (Cao et al., 2019).

Bảng 3. *Mức năng lượng* $2p_0$ *thay đổi theo từ trường và nhiệt độ trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro không bị chắn bởi plasma*

Từ trường γ	**Nhiệt độ**				
	$T = 0^*$	$T = 0.01$	$T = 0.1$	$T = 1$	$T = 10$
0	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000
0.01	-0.124850375	-0.124850375	-0.124850375	-0.124850375	-0.124850377
0.1	-0.112410077	-0.112410077	-0.112410080	-0.112410110	-0.112410405
1	0.239993387	0.239993053	0.239990049	0.239959846	0.239658

* Tại nhiệt độ $T = 0$, kết quả trùng khớp với tài liệu (Cao et al., 2019).

Bảng 4. *Mức năng lượng* $2s$ *thay đổi theo từ trường và nhiệt độ trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro không bị chắn bởi plasma*

Từ trường γ	**Nhiệt độ**				
	$T = 0^*$	$T = 0.01$	$T = 0.1$	$T = 1$	$T = 10$
0	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000	-0.125000000
0.01	-0.124651477	-0.124651477	-0.124651476	-0.124651472	-0.124651433
0.1	-0.098089151	-0.098089151	-0.098089149	-0.098089138	-0.098089021
1	0.339531871	0.339531023	0.339523383	0.339445691	0.338669

* Tại nhiệt độ $T = 0$, kết quả trùng khớp với tài liệu (Cao et al., 2019)

Chúng tôi tiếp tục tính bốn mức năng lượng $1s$, $2p_{-1}$, $2p_0$ và $2s$ cho trường hợp nguyên tử hydro đặt trong plasma có mật độ $n_e = 5.36\times10^{25}\ /\ \mathrm{m}^3$, một loại plasma được tạo ra trong từ trường mạnh (Yao et al., 2022). Khi đó, nhiệt độ thay đổi dẫn đến bán kính Debye sẽ thay đổi

theo. Ở đây, chúng tôi chọn hai mức nhiệt độ $T = 0.01$ a.u. và $T = 1$ a.u. tương ứng với hai giá trị bán kính Debye $\lambda_D = 10$ a.u. $(5.29\,\text{Å})$ và $\lambda_D = 100$ a.u. $(52.9\,\text{Å})$. Bảng 5 đến 8 trình bày kết quả khi thay đổi từ trường từ 0 đến 1 a.u.. Kết quả cho thấy, khi từ trường càng lớn các mức năng lượng càng tăng dần, ví dụ: ở từ trường 1 a.u. độ tăng này khoảng 0.166 a.u. cho mức 1*s*, 0.194 a.u. cho mức $2p_{-1}$, 0.259 a.u. cho mức $2p_0$ và 0.338 a.u. cho mức 2*s*.

Nhưng đáng chú ý, khi nhiệt độ thay đổi từ $T = 0.01$ a.u. lên $T = 1$ a.u. thì các mức năng lượng dịch chuyển một khoảng tương đối lớn, khoảng từ 0.065 a.u. đến 0.084 a.u. tương ứng với từ 1.8 eV đến 2.3 eV. So với kết quả nghiên cứu sự tách mức năng lượng trên các sao neutron và lùn trắng là khoảng 14 meV (Richer et al., 2019).

Bảng 5. *Mức năng lượng* 1*s* *thay đổi theo từ trường trong trường hợp nhiệt độ T = 0.01 và T~=~1 trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro đặt trong plasma có mật độ* $n_e = 5.36\times10^{25}\ /\ \text{m}^3$.

Từ trường γ	**Nhiệt độ**	
	***T* = 0.01 a.u.** **(hay** $\lambda_D = 10$ a.u. $= 5.29$ Å**)**	***T* = 1 a.u.** **(hay** $\lambda_D = 100$ a.u. $= 52.9$ Å**)**
0	-0.407058031	-0.490074506
0.01	-0.407032534	-0.490049505
0.1	-0.404536917	-0.487600589
1	-0.236848567	-0.3212526

Bảng 6. *Mức năng lượng* $2p_{-1}$ *thay đổi theo từ trường trong trường hợp nhiệt độ T = 0.01 và T~= 1 trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro đặt trong plasma có mật độ* $n_e = 5.36\times10^{25}\ /\ \text{m}^3$.

Từ trường γ	**Nhiệt độ**	
	***T* = 0.01 hay** $\lambda_D = 5.29$ Å	***T* = 1 hay** $\lambda_D = 52.9$ Å
0	-0.049910210	-0.115293162
0.01	-0.051160793	-0.119945618
0.1	-0.069423025	-0.141056391
1	0.133581992	0.0531357

Bảng 7. *Mức năng lượng* $2p_0$ *thay đổi theo từ trường trong trường hợp nhiệt độ T = 0.01 và T~=~1 trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro đặt trong plasma có mật độ* $n_e = 5.36\times10^{25}\ /\ \text{m}^3$.

Từ trường γ	**Nhiệt độ**	
	***T* = 0.01 hay** $\lambda_D = 5.29$ Å	***T* = 1 hay** $\lambda_D = 52.9$ Å
0	-0.046528551	-0.115245199
0.01	-0.049498177	-0.115095226
0.1	-0.032186562	-0.102634987
1	0.234592623	0.156728

Bảng 8. *Mức năng lượng* $2s$ *thay đổi theo từ trường trong trường hợp nhiệt độ T = 0.01 và T = 1 trong hệ đơn vị nguyên tử khi nguyên tử hydro đặt trong plasma có mật độ* $n_e = 5.36\times10^{25}/\mathrm{m}^3$.

Từ trường γ	**Nhiệt độ**	
	***T* = 0.01 hay** $\lambda_D = 5.29$ Å	***T* = 1 hay** $\lambda_D = 52.9$ Å
0	-0.046523780	-0.115245174
0.01	-0.046339939	-0.114943994
0.1	-0.020585098	-0.088351553
1	0.326628955	0.249813

Chúng tôi tiếp tục tính các năng lượng của nguyên tử hydro đặt trong các loại plasma khác nhau khi nhiệt độ và mật độ plasma được xem là thông số đầu vào cùng thay đổi. Dưới đây là các bảng giá trị các mức năng lượng cơ bản và kích thích cho: T = 0.01 a.u. và $n_e = 7.94\times10^{-6}$ a.u.; T = 0.1 a.u. và $n_e = 7.94\times10^{-5}$ a.u.; T = 1 a.u. và $n_e = 7.94\times10^{-4}$ a.u.; T = 10 a.u. và $n_e = 7.94\times10^{-3}$ a.u..

Bảng 9. *Mức năng lượng* $1s$ *thay đổi theo từ trường tương ứng với nhiệt độ và mật độ plasma khác nhau trong hệ đơn vị nguyên tử*

Từ trường γ	**Nhiệt độ, mật độ**			
	***T* = 0.01,** $n_e = 7.94\times10^{-6}$	***T* = 0.1,** $n_e = 7.94\times10^{-5}$	***T* = 1,** $n_e = 7.94\times10^{-4}$	***T* = 10,** $n_e = 7.94\times10^{-3}$
0	-0.407058031	-0.407058031	-0.407058031	-0.407058031
0.01	-0.407032534	-0.407032535	-0.407032541	-0.407033189
0.1	-0.404536917	-0.404536980	-0.404537614	-0.404607417
1	-0.236848567	-0.236859736	-0.236971628	-0.238091

Bảng 10. *Mức năng lượng* $2p_{-1}$ *thay đổi theo từ trường tương ứng với nhiệt độ và mật độ plasma khác nhau trong hệ đơn vị nguyên tử*

Từ trường γ	**Nhiệt độ, mật độ**			
	***T* = 0.01,** $n_e = 7.94\times10^{-6}$	***T* = 0.1,** $n_e = 7.94\times10^{-5}$	***T* = 1,** $n_e = 7.94\times10^{-4}$	***T* = 10,** $n_e = 7.94\times10^{-3}$
0	-0.049910210	-0.049910210	-0.049910210	-0.049910210
0.01	-0.051160793	-0.051160798	-0.051160846	-0.051161324
0.1	-0.069423025	-0.069423109	-0.069423948	-0.069432337
1	0.133581992	0.133518612	0.132878877	0.126486

Bảng 11. *Mức năng lượng* $2p_0$ *thay đổi theo từ trường tương ứng với nhiệt độ và mật độ plasma khác nhau trong hệ đơn vị nguyên tử*

Từ trường γ	**Nhiệt độ, mật độ**			
	***T* = 0.01,** $n_e = 7.94\times10^{-6}$	***T* = 0.1,** $n_e = 7.94\times10^{-5}$	***T* = 1,** $n_e = 7.94\times10^{-4}$	***T* = 10,** $n_e = 7.94\times10^{-3}$
0	-0.046528551	-0.046528551	-0.046528551	-0.046528551
0.01	-0.049498177	-0.049498173	-0.049498130	-0.049497705
0.1	-0.032186562	-0.032186576	-0.032186715	-0.032188109
1	0.234592623	0.234560745	0.234233169	0.230964

Bảng 12. *Mức năng lượng* $2s$ *thay đổi theo từ trường tương ứng với nhiệt độ và mật độ plasma khác nhau trong hệ đơn vị nguyên tử*

Từ trường γ	**Nhiệt độ, mật độ**			
	$T = 0.01$, $n_e = 7.94\times10^{-6}$	$T = 0.1$, $n_e = 7.94\times10^{-5}$	$T = 1$, $n_e = 7.94\times10^{-4}$	$T = 10$, $n_e = 7.94\times10^{-3}$
0	-0.046523780	-0.046523780	-0.046523780	-0.046523780
0.01	-0.046339939	-0.046339939	-0.046339940	-0.046339947
0.1	-0.020585098	-0.020585097	-0.020585086	-0.020584981
1	0.326628955	0.326609135	0.326403775	0.324356

4. Kết luận

Trong công trình này, chúng tôi đã khảo sát hiệu ứng nhiệt-từ lên mức năng lượng cơ bản $1s$ và kích thích bậc nhất $2s$, $2p_0$ và $2p_{-1}$ của nguyên tử hydro nhúng trong plasma bị giam trong từ trường. Kết quả thu được nghiệm chính xác bằng số đến 9 chữ số thập phân với cường độ từ trường lên đến $1\,\text{a.u.} = 2.35\times10^5$ Tesla và nhiệt độ lên đến $10\,\text{a.u.} = 3160000$ K, trong trường hợp nguyên tử hydro không bị chắn bởi plasma và trường hợp nguyên tử hydro đặt trong các loại plasma khác nhau. Kết quả cho thấy, ngoài sự thay đổi các mức năng lượng của nguyên tử hydro do tác động của từ trường ngoài, phổ năng lượng còn bị dịch chuyển khi đồng thời nhúng nguyên tử hydro trong plasma có nhiệt độ và mật độ tương ứng khác nhau được bao quanh bởi từ trường đều. Kết quả cũng chỉ ra rằng, sự thay đổi này có thể quan sát bằng thực nghiệm và cần xem xét đến hiệu ứng nhiệt-từ khi xét bài toán nguyên tử hydro nhúng trong plasma bị giam trong từ trường đều.

- ***Tuyên bố về quyền lợi:*** *Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.*
- ***Lời cảm ơn:*** *Các tác giả chân thành cảm ơn GS TSKH Lê Văn Hoàng đã gợi ý vấn đề nghiên cứu cho bài báo này.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bahar, M. K. (2015). Effects of laser radiation field on energies of hydrogen atom in plasmas. *Physics of Plasmas*, *22*(9), Article 092709. https://doi.org/10.1063/1.4931171

Bahar, M. K., & Soylu, A. (2015). Confinement effects of magnetic field on two-dimensional hydrogen atom in plasmas. *Physics of Plasmas*, *22*(5), Article 052701. https://doi.org/10.1063/1.4919613

Bahar, M. K., & Soylu, A. (2020). Generalized potential for confined positronium atom immersed in plasmas. *Chemical Physics*, *530*, Article 110584. https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2019.110584

Betti, R., & Hurricane, O. A. (2016). Inertial-confinement fusion with lasers. *Nature Physics*, *12*(5), 435-448. https://doi.org/10.1038/nphys3736

Cao, T.-X. H., Ly, D.-N., Hoang, N.-T. D., & Le, V.-H. (2019). High-accuracy numerical calculations of the bound states of a hydrogen atom in a constant magnetic field with arbitrary strength. *Computer Physics Communications*, *240*, 138-151. https://doi.org/10.1016/j.cpc.2019.02.013

Chen, Z., & Goldman, S. P. (1992). Relativistic and nonrelativistic finite-basis-set calculations of low-lying levels of hydrogenic atoms in intense magnetic fields. *Physical Review A, 45*(3), 172-–1731. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.1722

Dorchies, F., Ta Phuoc, K., & Lecherbourg, L. (2023). Nonequilibrium warm dense matter investigated with laser–plasma-based XANES down to the femtosecond. *Structural Dynamics*, *10*(5). https://doi.org/10.1063/4.0000202

Goldston, R. J., & Rutherford, P. H. (1995). *Introduction to Plasma Physics*. IOP Publishing Ltd. https://doi.org/10.1887/075030183X

Goryca, M., Li, J., Stier, A. V., Taniguchi, T., Watanabe, K., Courtade, E., Shree, S., Robert, C., Urbaszek, B., Marie, X., & Crooker, S. A. (2019). Revealing exciton masses and dielectric properties of monolayer semiconductors with high magnetic fields. *Nature Communications*, *10*(1), Article 4172. https://doi.org/10.1038/s41467-019-12180-y

Gyanendra P., S. (2014). On computation for a hydrogen atom in arbitrary magnetic fields using finite volume method. *Journal of Atomic and Molecular Sciences*, *5*(3), 187-205. https://doi.org/10.4208/jams.040514.053014a

He, Y., Blackburn, T. G., Toncian, T., & Arefiev, A. V. (2021). Dominance of γ-γ electron-positron pair creation in a plasma driven by high-intensity lasers. *Communications Physics*, *4*(1), Article 139. https://doi.org/10.1038/s42005-021-00636-x

Igoshev, A. P., Popov, S. B., & Hollerbach, R. (2021). Evolution of neutron star magnetic fields. *Universe*, *7*(9), 1-34. https://doi.org/10.3390/universe7090351

Jirka, M., & Kadlecová, H. (2023). Pair production in an electron collision with a radially polarized laser pulse. *Physics of Plasmas*, *30*(11), Article 113102. https://doi.org/10.1063/5.0168022

Kravchenko, Y. P., Liberman, M. A., & Johansson, B. (1996). Highly Accurate Solution for a Hydrogen Atom in a Uniform Magnetic Field. *Physical Review Letters*, *77*(4), 619-622. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.619

Ly, D.-N., Le, D.-N., Phan, N., & Le, V. (2023). Thermal effect on magnetoexciton energy spectra in monolayer transition metal dichalcogenides. *Physical Review B, 107*(15), Article 155410. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.107.155410

Ly, D., Hoang-Trong, D. D., Phan, N., Nguyen, D. P., & Le, V. (2024). Two-dimensional helium-like atom in a homogeneous magnetic field: Numerically exact solutions. *Computer Physics Communications*, *298*, Article 109110. https://doi.org/10.1016/j.cpc.2024.109110

Ly, D., Hoang, N. D., & Le, V.-H. (2021). Highly accurate energies of a plasma-embedded hydrogen atom in a uniform magnetic field. *Physics of Plasmas*, *28*(6), Article 063301. https://doi.org/10.1063/5.0049564

Miaja-Avila, L., O'Neil, G. C., Uhlig, J., Cromer, C. L., Dowell, M. L., Jimenez, R., Hoover, A. S., Silverman, K. L., & Ullom, J. N. (2015). Laser plasma x-ray source for ultrafast time-resolved x-ray absorption spectroscopy. *Structural Dynamics*, *2*(2), Article 024301. https://doi.org/10.1063/1.4913585

Richer, H. B., Kerr, R., Heyl, J., Caiazzo, I., Cummings, J., Bergeron, P., & Dufour, P. (2019). A Massive Magnetic Helium Atmosphere White Dwarf Binary in a Young Star Cluster. *The Astrophysical Journal*, *880*(2), Article 75. https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab2874

Wu, Y., Jain, G., Sizyuk, T., Wang, X., & Hassanein, A. (2021). Dynamics of laser produced plasma from foam targets for future nanolithography devices and X-ray sources. *Scientific Reports*, *11*(1), Article 13677. https://doi.org/10.1038/s41598-021-93193-w

Xi, J., He, X., & Li, B. (1992). Energy levels of the hydrogen atom in arbitrary magnetic fields obtained by using B -spline basis sets. *Physical Review A*, *46*(9), 5806-5811. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.46.5806

Yao, W., Capitaine, J., Khiar, B., Vinci, T., Burdonov, K., Béard, J., Fuchs, J., & Ciardi, A. (2022). Characterization of the stability and dynamics of a laser-produced plasma expanding across a strong magnetic field. *Matter and Radiation at Extremes*, *7*(2), Article 026903. https://doi.org/10.1063/5.0058306

Zeeman, P. (1897). The Effect of Magnetisation on the Nature of Light Emitted by a Substance. *Nature*, *55*(1424), 347-347. https://doi.org/10.1038/055347a0

THERMO-MAGNETIC EFFECTS ON THE ENERGY SPECTRA OF HYDROGEN ATOMS PLACED IN PLASMA

Nguyen Thi Huong Giang, Huynh Gia Phu, Ly Duy Nhat*

Ho Chi Minh City University of Education, Vietnam

**Corresponding author: Ly Duy Nhat – Email: nhatld@hcmue.edu.vn*

Received: June 19, 2024; Revised: August 30, 2024; Accepted: October 29, 2024

ABSTRACT

The combined influence of temperature and magnetic fields can alter the energy spectra of a hydrogen atom embedded in a magnetically confined plasma, giving rise to a thermo-magnetic effect. This study explores the phenomenon by separating the center of mass motion to derive the exact Hamiltonian of the system. This work applies the FK operator method to analyze its impact on the ground and first excited energy levels. Numerical solutions accurate to nine decimal places are obtained for magnetic field strengths up to 2.35×10^5 *Tesla and temperatures up to* 3.16×10^6 *K. These results indicate that the energy level shifts are experimentally observable, highlighting the importance of considering thermo-magnetic effects in plasma-embedded hydrogen atom systems.*

Keywords: hydrogen atom; Kustaanheimo-Stiefel transformation; operator method; screened Coulomb potential; three-dimensional atomic system