

Bài báo nghiên cứu

THỂ QUANG HỌC VỚI TƯƠNG TÁC SKYRME CHO TÁN XẠ NEUTRON TRÊN OXYGEN-16 TẠI NĂNG LƯỢNG THẤP

Nguyễn Lê Anh*, Nguyễn Đình Quốc Long,

Hoàng Thái An, Mai Đoàn Quang Huy, Trình Cao Phi

Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

*Tác giả liên hệ: Nguyễn Lê Anh – Email: anhnl@hcmue.edu.vn

Ngày nhận bài: 30-8-2024; Ngày nhận bài sửa: 06-5-2025; Ngày duyệt đăng: 01-7-2025

TÓM TẮT

Các tính toán Hartree-Fock (HF) sử dụng thể tương tác nucleon-nucleon hiệu dụng Skyrme để mô tả cấu trúc hạt nhân đã và đang được áp dụng rộng rãi trong vật lý hạt nhân. Trong công trình này, chúng tôi nhấn mạnh khả năng áp dụng của các tính toán đó để mô tả tán xạ đàn hồi ở năng lượng thấp. Sử dụng thể quang học thu được từ tính toán trường trung bình HF với tương tác Skyrme SkM^* và $SLy4$, chúng tôi tính độ lệch pha và tiết diện tán xạ trong quá trình tán xạ neutron trên hạt nhân ^{16}O . Các kết quả thu được cho thấy khả năng của phương pháp trong việc xác định cộng hưởng ở năng lượng thấp.

Từ khóa: Skyrme Hartree-Fock; thể quang học; tán xạ đàn hồi

1. Giới thiệu

Từ lâu tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân được mô tả tốt bởi mô hình thể quang học (Riesenfeld & Watson, 1956; Hintz, 1957). Khi hạt nhân nguyên tử bị bắn phá bởi một chùm hạt, các hạt bắn đến sẽ có phần tán xạ, hấp thụ và truyền qua tương tự như ánh sáng truyền qua một quả cầu pha lê. Mẫu quang học không những chỉ dùng để mô tả tán xạ đàn hồi mà còn là một đầu vào quan trọng trong việc mô tả phản ứng hạt nhân trực tiếp và hợp phân (Satchler & Satchler, 1990).

Trọng tâm của mẫu quang học là xây dựng thể quang học cho việc giải phương trình Schrödinger cho trạng thái tán xạ. Cách đơn giản nhất để thu được một thể quang học như vậy là sử dụng một mẫu hiện tượng luận. Thể quang học được giả định có dạng hàm giải tích, tiêu biểu là dạng hàm Woods-Saxon chứa các tham số có thể xác định được từ phân tích số liệu thực nghiệm tán xạ hạt nhân. Mẫu hiện tượng luận tiêu biểu được dùng rộng rãi nhất ngày nay có thể nhắc đến mẫu KD (Koning & Delaroche, 2003).

Phức tạp hơn, thể quang học hạt nhân có thể xây dựng trực tiếp từ lý thuyết hệ nhiều

Cite this article as: Nguyen, L. A., Nguyen, D. Q. L., Hoang, T. A., Mai, D. Q. H., & Trinh, C. P. (2025). Skyrme interaction-based optical potential for low-energy neutron scattering on oxygen-16. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 22(7), 1211-1221. [https://doi.org/10.54607/hcmue.js.22.7.4468\(2025\)](https://doi.org/10.54607/hcmue.js.22.7.4468(2025))

hạt sử dụng một dạng tương tác nucleon-nucleon trong hạt nhân (thậm chí từ tương tác nucleon-nucleon tự do). Một thể quang học như vậy được gọi là mẫu quang học vi mô. Dù là mẫu hiện tượng luận hay vi mô, các thể quang học đều nhằm mục đích mô tả chuyển động của một nucleon bắn tới trong trường trung bình gây ra bởi các hạt nucleon trong hạt nhân bia. Một chuyển động tương tự như vậy là chuyển động của một nucleon bên trong hạt nhân gây ra bởi các nucleon khác trong hạt nhân đó.

Từ những năm 70 của thế kỉ trước, phương pháp Hartree-Fock (HF) đã được áp dụng như một phương pháp để tính toán trường trung bình tự hợp bên trong hạt nhân. Những nghiên cứu này đã được áp dụng rộng rãi trong việc mô tả trạng thái của một nucleon liên kết trong hạt nhân. Do đó, việc đặt ra câu hỏi liệu cùng một thể trung bình mô tả các tính chất đơn hạt của hệ hạt nhân có thể giải thích được quá trình tán xạ của các nucleon trên các hạt nhân bia ở năng lượng thấp là điều hoàn toàn tự nhiên. Trong phương pháp HF, các trạng thái chưa bị chiếm đóng của trường trung bình được tính toán cho hệ A hạt mô tả các kích thích của hệ $(A+1)$ hạt, trong khi các trạng thái bị chiếm đóng mô tả các kích thích của hệ $(A-1)$. Do đó, độ lệch pha được tính toán từ trường này tương ứng với quá trình tán xạ của một nucleon từ hệ A hạt. Trong phương pháp này, người ta bỏ qua các hiệu ứng của sự phân cực của hạt nhân do hạt tới. Tính khả thi của mô tả HF cho quá trình tán xạ nucleon ở năng lượng thấp cũng đã được khảo sát với các kết quả khả quan (Dover & Nguyen, 1971; Dover & Nguyen, 1972).

Tương tác Skyrme là tương tác nucleon-nucleon hiệu dụng được xây dựng một cách hiện tượng luận (Skyrme, 1956, 1958a, 1958b). Bản chất của nó dựa trên các phiếm hàm phụ thuộc năng lượng cho phép tính toán tự hợp trong khuôn khổ trường trung bình hạt nhân, điều này rất quan trọng để hiểu cả các tính chất tĩnh của hạt nhân và các kích thích của chúng. Ban đầu các phiên bản Skyrme được phát triển nhằm mục đích mô tả các tính chất của vật chất hạt nhân và hạt nhân hữu hạn, tương tác Skyrme đã được tinh chỉnh qua nhiều thập kỉ, với các tham số khác nhau được điều chỉnh để nâng cao khả năng dự đoán của nó. Cho đến nay nó trở thành một công cụ tin cậy không thể thiếu trong việc nghiên cứu cấu trúc hạt nhân mặc dù ngày nay nhiều tính toán có thể xuất phát từ những nguyên lí ban đầu (*ab initio*).

Như đã đề cập, các tính toán HF sử dụng tương tác hiệu dụng Skyrme đã thành công đáng kể trong việc mô tả nhiều thuộc tính của các hạt nhân hình cầu ở trạng thái liên kết (Vautherin & Brink, 1972). Những tính toán này đồng thời mô tả được các giá trị thực nghiệm của bán kính hạt nhân, năng lượng liên kết toàn phần và mật độ mức của các hạt nhân vỏ đóng từ ^{16}O đến ^{208}Pb . Tương tác này cũng đã được sử dụng để tính toán các thuộc tính của các hạt nhân siêu nặng (Vautherin et al., 1970). Gần đây, quá trình tán xạ đàn hồi của proton đã được phân tích bằng cách sử dụng thể quang học Skyrme HF, trong đó tính toán Skyrme HF được mở rộng cho miền liên tục. Cùng một thể trung bình mô tả trạng thái liên kết đơn hạt cũng đồng thời giải thích các trạng thái tán xạ đơn hạt (Nguyen et al., 2022; Nguyen et al., 2023). Trong đó, trạng thái cộng hưởng hẹp mới phát hiện trong tán xạ đàn

hồi $^{10}\text{Be}(p, p)$ cũng đã được giải thích như một cộng hưởng trạng thái s (Nguyen et al., 2022). Phương pháp tính toán đã được áp dụng thành công cho một số phản ứng bắt nucleon và phát gamma tại năng lượng thấp (Nguyen & Bui, 2021; Nguyen et al., 2021; Nguyen & Bui, 2022).

Mục tiêu của bài báo này là giới thiệu một cách tiếp cận hiệu quả cho quá trình tán xạ năng lượng thấp trong hình thức luận Skyrme HF vốn ít được quan tâm một cách đầy đủ. Trong công trình này, cụ thể chúng tôi sử dụng trường HF thu được từ tính toán trạng thái liên kết để tính toán độ lệch pha và tiết diện tán xạ trong quá trình tán xạ đàn hồi $^{16}\text{O}(n, n)$ như một ví dụ minh họa. Trạng thái cơ bản của hạt nhân ^{16}O là một ví dụ điển hình trong việc mô tả cấu trúc hạt nhân trong khuôn khổ trường trung bình sử dụng tương tác Skyrme. Cần nói thêm rằng, quá trình hấp thụ và truyền qua làm giảm thông lượng của quá trình đàn hồi là quá trình quan trọng trong tán xạ hạt nhân. Các quá trình này được tính đến trong phần ảo của thế quang học hạt nhân. Việc xây dựng phần ảo của thế quang học hạt nhân là phần quan trọng trong mô hình thế quang học. Tuy nhiên ở năng lượng rất thấp với hệ đang khảo sát, phần ảo này không đóng vai trò quan trọng nên không được đề cập trong công trình này.

2. Phương pháp tính toán

2.1. Thế quang học và lực tương tác Skyrme

Lực tương tác giữa hai nucleon bên trong hạt nhân theo lý thuyết được xây dựng bởi Giáo sư Tony Skyrme (Skyrme, 1956, 1958a, 1958b; Vautherin & Brink, 1972) là một phép khai triển sóng s và sóng p của tương tác hai hạt hiệu dụng, kết hợp với tương tác phụ thuộc mật độ trong sóng s

$$\begin{aligned} V_{\text{Skyrme}} = & t_0(1+x_0P_\sigma)\delta + \frac{1}{2}t_1(1+x_1P_\sigma)(\mathbf{k}'^2\delta + \delta\mathbf{k}^2) \\ & + t_2(1+x_2P_\sigma)\mathbf{k}' \cdot \delta\mathbf{k} + \frac{1}{6}t_3(1+x_3P_\sigma)\rho^\alpha(\mathbf{R})\delta \\ & + iW_0(\sigma_i + \sigma_j) \cdot \mathbf{k} \times \delta\mathbf{k} + V^{\text{Coul}}, \end{aligned} \quad (1)$$

trong đó $\delta = \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$, $\mathbf{k} = \frac{1}{2i}(\nabla_i - \nabla_j)$ là toán tử xung tương đối tác động lên hàm sóng về phía bên phải và $\mathbf{k}'$ là liên hợp của $\mathbf{k}$. P_σ là toán tử trao đổi spin và $\mathbf{R} = \frac{(\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j)}{2}$. Dạng của tương tác Skyrme cho việc tính thế năng theo mật độ bằng giải tích, từ đó giúp các phép tính tự hợp diễn ra nhanh.

Tương tác Skyrme dẫn đến thế phi định xứ cho proton ($q = p$) và neutron ($q = n$) được cho bởi $U_q(r) + U'_q(r)$ với

$$\begin{aligned}
 U_q(r) = & t_0 \left[\left(1 + \frac{x_0}{2} \right) \rho - \left(x_0 + \frac{1}{2} \right) \rho_q \right] \\
 & + \frac{t_1}{8} \left[\left(1 + \frac{x_1}{2} \right) (2\tau - 3\Delta\rho) - \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) (2\tau_q - 3\Delta\rho_q) \right] \\
 & + \frac{t_2}{2} \left[\left(1 + \frac{x_2}{2} \right) (2\tau + \Delta\rho) + \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) (2\tau_q + \Delta\rho_q) \right] \\
 & + \frac{t_3}{6} \left[\left(1 + \frac{x_3}{2} \right) \rho - \left(x_3 + \frac{1}{2} \right) \rho_q \right] \rho^\alpha - \frac{W_0}{2} \nabla \cdot (\mathbf{J} + \mathbf{J}_q) \\
 & + U_q^{\text{Coul}}(r) + U_q^{\text{so}}(r) [\ell \cdot \sigma],
 \end{aligned} \tag{2}$$

và

$$\begin{aligned}
 U'_q(r) = & -\nabla \cdot \left\{ \frac{t_1}{4} \left[\left(1 + \frac{x_1}{2} \right) \rho - \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \rho_q \right] \right. \\
 & \left. + \frac{t_2}{4} \left[\left(1 + \frac{x_2}{2} \right) \rho + \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) \rho_q \right] \right\} \nabla,
 \end{aligned} \tag{3}$$

trong đó, thế năng spin-quỹ đạo được cho bởi

$$U_q^{\text{so}}(r) = \frac{1}{r} \left\{ \frac{W_0}{2} \frac{d}{dr} (\rho + \rho_q) + \frac{1}{8} [(t_1 - t_2) J_q] - \frac{1}{8} [t_1 x_1 + t_2 x_2] J \right\}. \tag{4}$$

Thành phần U' trong phương trình (3) có thể được kết hợp với toán tử động năng để viết phương trình HF tương tự như phương trình Schrödinger với khối lượng hiệu dụng

$$-\nabla \cdot \left[\frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \nabla + U_q(r) \right] \phi_{i,q}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{i,q} \phi_{i,q}(\mathbf{r}), \tag{5}$$

trong đó, khối lượng hiệu dụng $m_q^*(r)$ được định nghĩa bởi

$$\frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{t_1}{4} \left[\left(1 + \frac{x_1}{2} \right) \rho - \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \rho_q \right] + \frac{t_2}{4} \left[\left(1 + \frac{x_2}{2} \right) \rho + \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) \rho_q \right]. \tag{6}$$

Các mật độ trong các phương trình này được xác định như sau

$$\rho_q(r) = \sum_{\alpha} |\phi_{q\alpha}(r)|^2, \tag{7}$$

$$\tau_q(r) = \sum_{\alpha} |\nabla \phi_{q\alpha}(r)|^2, \tag{8}$$

$$\mathbf{J}_q(r) = i \sum_{\alpha} \phi_{q\alpha}^*(r) [\sigma \times \phi_{q\alpha}(\mathbf{r})], \tag{9}$$

$$\rho(r) = \rho_p(r) + \rho_n(r), \tag{10}$$

$$\tau(r) = \tau_p(r) + \tau_n(r), \tag{11}$$

$$\mathbf{J}(r) = \mathbf{J}_p(r) + \mathbf{J}_n(r), \tag{12}$$

và

$$(\Delta f) = \frac{1}{r} \left[\frac{d^2}{dr^2} (rf(r)) \right], \quad (13)$$

trong đó, đạo hàm chỉ tác động bên trong dấu ngoặc.

Phương trình (5) có thể được viết lại dưới dạng phương trình Schrödinger với thế năng phụ thuộc vào năng lượng (Dover & Nguyen, 1971; Dover & Nguyen, 1972)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_q} \nabla^2 + U_q^*(r, \varepsilon) \right] \tilde{\phi}_{i,q}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{i,q} \tilde{\phi}_{i,q}(\mathbf{r}), \quad (14)$$

trong đó

$$U_q^*(r, \varepsilon) = \frac{m_q^*(r)}{m} \left[U_q(r) + \frac{1}{2} \frac{d^2}{dr^2} \left(\frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \right) - \frac{m_q^*(r)}{2\hbar^2} \left(\frac{d}{dr} \left(\frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \right) \right)^2 \right] + \left[1 - \frac{m_q^*(r)}{m} \right] \varepsilon_{i,q}. \quad (15)$$

Mục tiêu của phương pháp Skyrme HF là viết các phương trình HF dưới dạng chỉ sử dụng một vài tham số (10 tham số trong phương trình (1)), có thể được xác định thông qua việc khớp với một tập hợp dữ liệu thực nghiệm được chọn lọc.

2.2. *Thế đơn hạt Skyrme Hartree-Fock trong vùng liên tục*

Chỉ các trạng thái bị chiếm đóng của hệ A hạt mới tham gia vào việc xác định thế tự hợp $U(r)$ và khối lượng hiệu dụng $m^*(r)$. Trong khuôn khổ của phương pháp HF, các kích thích của hệ $(A+1)$ hạt tương ứng với các trạng thái chưa bị chiếm đóng của hệ A hạt. Do đó, để tính toán quá trình tán xạ của nucleon với năng lượng E trên hạt nhân bia, trước tiên ta phải giải hệ phương trình HF cho các trạng thái đã bị chiếm đóng trong hạt nhân bia để tìm các hàm $U_q(r)$ và $m_q^*(r)$. Sau đó, ta giải phương trình (14) với trị riêng ε được thay bằng biến liên tục E và sử dụng thế năng $U_q^*(r)$ cũng như khối lượng hiệu dụng $m^*(r)$ đã tính toán trước đó. Tất nhiên, khi sử dụng phương pháp này, ta bỏ qua các hiệu ứng phân cực do hạt tới gây ra. Tuy nhiên, hiệu ứng này được cho là tương đối nhỏ (Bassichis et al., 1967).

Phương trình (5) và (14) là tương đương nhau. Sau một số phép toán đại số và giải tích, ta chỉ ra được rằng (Dover & Nguyen 1971; Dover & Nguyen, 1972)

$$\phi_{i,q}(\mathbf{r}) = \tilde{\phi}_{i,q}(\mathbf{r}) \sqrt{\frac{m_q^*(r)}{m}}, \quad (16)$$

Chúng ta kí hiệu các hàm sóng đơn hạt trong phương pháp HF bằng $\phi_{i,q}(\mathbf{r})$ và định nghĩa các hàm sóng bán kính như sau

$$\phi_{i,q}(\mathbf{r}) = \frac{u_\alpha(r)}{r} \mathcal{Y}_{\ell jm}(\hat{r}) \chi_q, \quad (17)$$

trong đó, chỉ số $i = \{n\ell jm q\}$ và $\alpha = \{n\ell j q\}$, $\mathcal{Y}_{\ell jm}$ là hàm cầu đã liên kết với spin và χ_q là một hàm isospin.

Do $\frac{m^*(r)}{m} \rightarrow 1$ khi r đủ lớn, tức là $u_\alpha(r) \rightarrow \tilde{u}_\alpha(r)$ có giới hạn tiệm cận giống nhau ở

khoảng cách lớn và do đó độ lệch pha của tán xạ nucleon giống nhau. Như vậy, phương trình tán xạ cho hàm sóng bán kính có thể được viết như sau

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] u_\alpha(r, E) + U^*(r, E) u_\alpha(r, E) = E u_\alpha(r, E), \quad (18)$$

trong đó

$$U_q^*(r, E) = \frac{m_q^*(r)}{m} \left[U_q(r) + \frac{1}{2} \frac{d^2}{dr^2} \left(\frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \right) - \frac{m_q^*(r)}{2\hbar^2} \left(\frac{d}{dr} \left(\frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \right) \right)^2 \right] + \left[1 - \frac{m_q^*(r)}{m} \right] E. \quad (19)$$

Sau khi giải xong các hàm sóng $u_\alpha(r, E)$, chúng ta có thể thu được độ lệch pha $\delta_{\ell j}$ từ dạng tiệm

cận cho tán xạ neutron với số sóng $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ như sau

$$u_\alpha(r, E) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} kr [\cos \delta_{\ell j} j_\ell(kr) + \sin \delta_{\ell j} n_\ell(kr)], \quad (20)$$

trong đó, j_ℓ và n_ℓ là các hàm cầu Bessel. Từ độ lệch pha, ta tính tiết diện toàn phần tán xạ đàn hồi của neutron như sau

$$\sigma(E) = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{\ell j} (2j+1) \sin^2 \delta_{\ell j}, \quad (21)$$

và tiết diện vi phân được cho bởi công thức

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |A|^2 + |B|^2, \quad (22)$$

với

$$A(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) [(\ell+1) \sin \delta_{\ell}^+ e^{i\delta_{\ell}^+} - \ell \sin \delta_{\ell}^- e^{i\delta_{\ell}^-}], \quad (23)$$

$$B(\theta) = \frac{i}{k} \sum_{\ell} P_{\ell}^1(\cos \theta) [\sin(\delta_{\ell}^+ - \delta_{\ell}^-) e^{i(\delta_{\ell}^+ + \delta_{\ell}^-)}]. \quad (24)$$

trong đó, $\delta_{\ell}^{\pm} = \delta_{\ell, \ell \pm \frac{1}{2}}$ và P_{ℓ}^m là hàm Legendre. Với tán xạ của hạt mang điện, ta làm tương tự

bằng cách thay các hàm Bessel bởi các hàm Coulomb. Biên độ tán xạ tổng được biểu diễn dưới

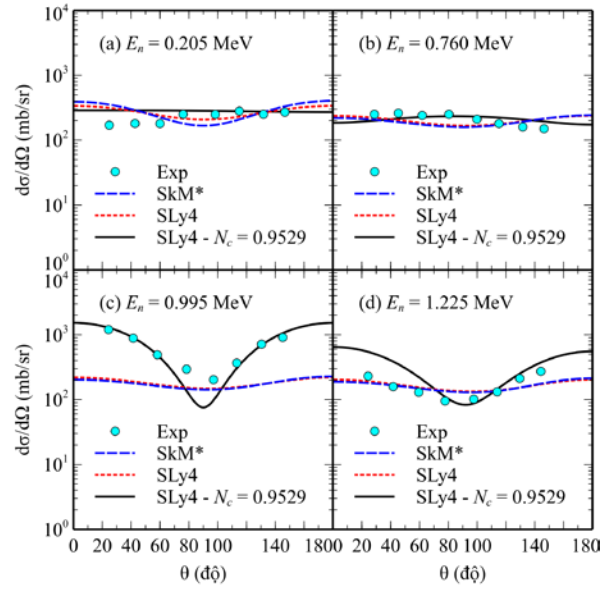
dạng tổng của biên độ tán xạ Rutherford và biên độ tán xạ do tương tác hạt nhân. Tương ứng, độ lệch pha tổng là tổng của độ lệch pha Coulomb và độ lệch pha do tương tác hạt nhân.

Để xác định trường trung bình HF, ta sử dụng một quy trình giải lặp cho đến khi các tính toán hội tụ. Các tính toán HF cho một hạt nhân (N, Z) xác định sử dụng một phiên bản của tương tác Skyrme có thể được thực hiện bằng chương trình tính toán công khai có sẵn tên là `skyrme_rpa` (Colò et al., 2013). Trường trung bình HF thu được sau đó được sử dụng làm đầu vào cho các tính toán tán xạ, có thể được thực hiện bằng chương trình tính toán ECIS (Raynal, 1972).

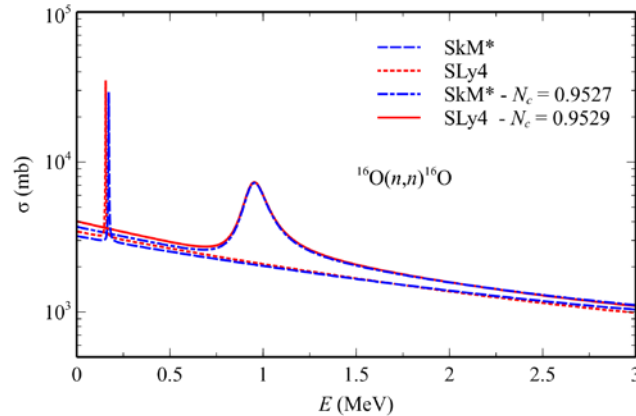
3. Kết quả và thảo luận

Trong Hình 1, chúng tôi thực hiện phân tích tiết diện vi phân của tán xạ đàn hồi $^{16}\text{O}(n, n)$ tại 4 năng lượng thấp lân cận dưới 1 MeV, sử dụng 2 tương tác SLy4 (Chabanat et al., 1998) và SkM* (Bartel et al., 1982). Các tương tác này vốn đã được hiệu chỉnh từ trước nhằm mô tả cấu trúc hạt nhân, do đó các tham số của chúng không bị thay đổi trong nghiên cứu này. Thay vào đó, một hệ số hiệu chỉnh N_c được nhân vào thành phần xuyên tâm của thế trung bình HF trong phương trình (19) nhằm mô tả các đặc trưng cộng hưởng. Kết quả cho thấy cả 2 phiên bản tương tác này đều mô tả tương đối tốt các số liệu thực nghiệm được lấy từ tài liệu (Lane et al., 1961). Tuy nhiên, sự khác biệt rõ rệt nhất xuất hiện ở năng lượng 0.995 MeV. Thế trung bình HF sử dụng tương tác SLy4 với tham số hiệu chỉnh $N_c = 0.9529$ tái hiện được sự thay đổi đáng kể trong phân bố góc của tiết diện vi phân do sự xuất hiện cộng hưởng. Khi có cộng hưởng tại năng lượng xác định, phân bố theo góc của tiết diện có dạng chữ “U” (hoặc V).

Hình 2 cho thấy tiết diện tán xạ đàn hồi $^{16}\text{O}(n, n)$ với tính toán từ 2 tương tác SLy4 và SkM*. Cộng hưởng gần ngưỡng xuất hiện ở khoảng dưới 1 MeV được quan sát với cả 2 tương tác. Cộng hưởng này rất nhạy với độ sâu của thế tán xạ, bao gồm cả thành phần xuyên tâm và spin-quỹ đạo. Khi sử dụng tham số điều chỉnh $N_c = 0.9529$ cho thành phần xuyên tâm trong thế HF với tương tác SLy4, cộng hưởng được tái hiện tại năng lượng 0.943 MeV với độ rộng tăng lên đáng kể. Kết quả tương tự cũng đạt được với tương tác SkM* khi sử dụng hệ số điều chỉnh $N_c = 0.9527$. Điều này cho thấy rằng cần điều chỉnh khoảng 5% cường độ thế trung bình HF để mô tả chính xác vị trí cộng hưởng. Cần lưu ý rằng các tương tác Skyrme là những tương tác nucleon-nucleon hiệu dụng ở dạng hiện tượng luận, với các tham số được điều chỉnh để mô tả các tính chất của cấu trúc hạt nhân trong vùng liên kết. Tuy nhiên, chưa có phiên bản nào của tương tác Skyrme được hiệu chỉnh riêng cho vùng tán xạ năng lượng dương. Việc hiệu chỉnh nhỏ này không chỉ giúp mô tả chính xác cộng hưởng mà còn phản ánh tính chất phức tạp của bài toán hệ nhiều hạt, trong đó thế trung bình chỉ là một xấp xỉ thu được từ tương tác nucleon-nucleon hiệu dụng.



Hình 1. Tiết diện vi phân tán xạ đàn hồi $^{16}\text{O}(n, n)$ tại các năng lượng từ 0.205 MeV đến 1.225 MeV. Các tính toán HF được thực hiện với các phiên bản Skyrme SLy4 và SkM*. Đường liền nét mô tả tính toán HF có sự hiệu chỉnh thể xuyên tâm đối với tương tác SLy4. Dữ liệu thực nghiệm lấy từ tài liệu (Lane et al., 1961)

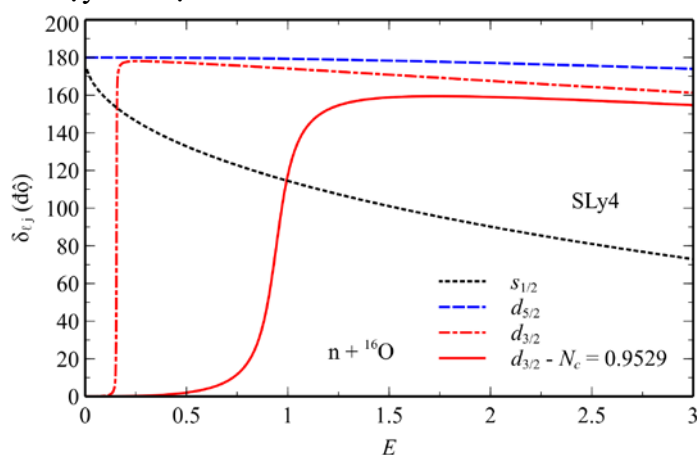


Hình 2. Tiết diện tán xạ đàn hồi $^{16}\text{O}(n, n)$ tại năng lượng dưới 3 MeV thu được từ các tính toán HF với tương tác SLy4 và SkM*

Gần đúng HF cung cấp mô tả tốt cho các trạng thái đơn hạt trong tính toán cấu trúc hạt nhân, do đó việc so sánh tính toán HF với dữ liệu thực nghiệm là có ý nghĩa trong các vùng năng lượng giữa các cộng hưởng hạt nhân hợp phần hoặc gần cộng hưởng đơn hạt. Cộng hưởng xảy ra khi biên độ tán xạ tăng mạnh, thường do năng lượng hạt tới khớp với trạng thái giả liên kết. Lưu ý rằng gần ngưỡng 0.943 MeV có trạng thái $3/2^+$ của ^{17}O tại 5.086 MeV (tra cứu tại <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>), cộng hưởng này có thể do trạng thái cộng hưởng đơn hạt $d_{3/2}$ gây ra

Hình 3 trình bày độ lệch pha của các sóng tán xạ thuộc lớp vỏ sd trong cấu trúc mẫu vỏ. Độ lệch pha của sóng $d_{3/2}$ tăng nhanh và đạt góc $\pi/2$ gần 1 MeV, xác nhận cộng hưởng $d_{3/2}$ trong khuôn khổ gần đúng HF. Đáng chú ý, chỉ cần tinh chỉnh nhẹ độ sâu của thế HF khi sử dụng cả 2 tương tác, chúng tôi có thể thu được các kết quả tương tự về vị trí cộng hưởng và độ rộng cộng hưởng. Khi hiệu chỉnh để khớp vị trí cộng hưởng, độ rộng cộng hưởng đơn hạt ($\Gamma_{s.p.}$) của sóng $d_{3/2}$ được xác định là 145 keV, trong khi độ rộng thực nghiệm của trạng thái kích thích $3/2^+$ tương ứng trong ^{17}O là $\Gamma_{\text{exp}} = 90 \text{ keV}$.

Việc hiệu chỉnh độ sâu thế là một phương pháp phổ biến trong mô hình thế để mô tả chính xác vị trí và cường độ của đỉnh cộng hưởng. Điều đáng nhấn mạnh ở đây là vị trí của đỉnh cộng hưởng rất nhạy với độ sâu của thế.



Hình 3. Phân tích độ lệch pha trong tán xạ $n+^{16}\text{O}$ dưới 3 MeV cho các sóng tán xạ $d_{5/2}$, $s_{1/2}$ và $d_{3/2}$ sử dụng tương tác SLy4

4. Kết luận

Trong công trình này, các tính toán trạng thái liên tục trong trường HF cung cấp một nền tảng cơ bản cho việc mô tả vi mô quá trình phản ứng hạt nhân. Chúng tôi đã trình bày các tính toán Skyrme HF sử dụng 2 tương tác SLy4 và SkM* mô tả quá trình tán xạ đàn hồi $n + ^{16}\text{O}$ tại năng lượng thấp, trong đó cộng hưởng $3/2^+$ của ^{17}O gần ngưỡng được làm rõ trong bức tranh đơn hạt của hạt nhân. Các kết quả thu được trong nghiên cứu này không sử dụng bất kỳ một sự hiệu chỉnh tham số nào trong tương tác nucleon-nucleon hiệu dụng. Cần nhấn mạnh rằng, các tham số trong tương tác Skyrme được rút ra từ các tính toán cấu trúc, hoàn toàn không chứa các thông tin của trạng thái tán xạ. Do đó, các phương trình HF với tương tác hiệu dụng Skyrme gợi ý cho ta một thế quang học tốt cho phần tại năng lượng thấp, nơi mà phần ảo được xem là đóng góp yếu. Đánh giá chi tiết về phần ảo sẽ được thực hiện trong các nghiên cứu tiếp theo.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

❖ **Lời cảm ơn:** Nghiên cứu này được tài trợ bởi Chương trình học bổng đào tạo thạc sĩ, tiến sĩ trong nước của Quỹ Đổi mới Sáng tạo Vingroup (VINIF), mã số VINIF.2023.TS.003. Các tác giả trân trọng cảm ơn TS Bùi Minh Lộc về những góp ý quý báu, đồng thời cảm ơn Đào Nhựt Anh đã hỗ trợ trong quá trình chỉnh sửa.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Bartel, J., Quentin, P., Brack, M., Guet, C., & Håkansson, H.-B. (1982). Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: A critical study of the SkM force. *Nuclear Physics A*, 386(1), 79-100. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(82\)90403-1](https://doi.org/10.1016/0375-9474(82)90403-1)
- Bassichis, W. H., Kerman, A. K., & Svenne, J. P. (1967). Unrestricted Hartree-Fock Treatment of Finite Nuclei. *Physical Review*, 160(4), 746-752. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.160.746>
- Chabanat, E., Bonche, P., Haensel, P., Meyer, J., & Schaeffer, R. (1998). A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities Part II. Nuclei far from stabilities. *Nuclear Physics A*, 635(1-2), 231-256. [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(98\)00180-8](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(98)00180-8)
- Colò, G., Cao, L., Nguyen, V. G., & Capelli, L. (2013). Self-consistent RPA calculations with Skyrme-type interactions: The skyrme_rpa program. *Computer Physics Communications*, 184(1), 142-161. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2012.07.016>
- Dover, C. B., & Nguyen, V. G. (1971). Low-energy neutron scattering by a Hartree-Fock field. *Nuclear Physics A*, 177(2), 559-576. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(71\)90308-3](https://doi.org/10.1016/0375-9474(71)90308-3)
- Dover, C. B., & Nguyen, V. G. (1972). The nucleon-nucleus potential in the Hartree-Fock approximation with Skyrme's interaction. *Nuclear Physics A*, 190(2), 373-400. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(72\)90148-0](https://doi.org/10.1016/0375-9474(72)90148-0)
- Hintz, N. M. (1957). Proton-Nucleus Elastic Scattering at 9.8 Mev. *Physical Review*, 106(6), 1201-1206. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.106.1201>
- Koning, A. J., & Delaroche, J. P. (2003). Local and global nucleon optical models from 1 keV to 200 MeV. *Nuclear Physics A*, 713(3-4), 231-310. [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(02\)01321-0](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(02)01321-0)
- Lane, R. O., Langsdorf Jr, A. S., Monahan, J. E., & Elwyn, A. J. (1961). The angular distributions of neutrons scattered from various nuclei. *Annals of Physics*, 12(2), 135-171. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(61\)90001-X](https://doi.org/10.1016/0003-4916(61)90001-X)
- National Nuclear Data Center. (n.d.). NuDat 3.0 database. Brookhaven National Laboratory. <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>
- Nguyen, L. A., & Bui, M. L. (2021). Bound-to-continuum potential model for the (p,γ) reactions of the CNO nucleosynthesis cycle. *Physical Review C*, 103(3), Article 035812. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.103.035812>
- Nguyen, L. A., Phan, N. H., & Bui, M. L. (2021). Potential model within a bound-to-continuum approach for low-energy nucleon radiative capture by ¹²C and ¹⁶O. *Physical Review C*, 104(3), Article 034622. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.104.034622>
- Nguyen, L. A., & Bui, M. L. (2022). Low-energy ⁷Li(n,γ)⁸Li and ⁷Be(p,γ)⁸B radiative capture reactions within the Skyrme Hartree-Fock approach. *Physical Review C*, 106(1), Article 014605. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.106.014605>

- Nguyen, L. A., Bui, M. L., Auerbach, N., & Zelevinsky, V. (2022). Single-particle properties of the near-threshold proton-emitting resonance in ^{11}B . *Physical Review C*, 106(5), L051302. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.106.L051302>
- Nguyen, L. A., Song, Y.-h., & Bui, M. L. (2023). Proton s-resonance states of ^{12}C and $^{14,15}\text{O}$ within the Skyrme Hartree-Fock mean-field framework. *Physical Review C*, 107(3), Article 034604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.107.034604>
- Raynal, J. (1972). Computing as a Language of Physics. International Atomic Energy Agency (IAEA), Vienna.
- Riesenfeld, W. B., & Watson, K. M. (1956). Optical-Model Potential for Nucleons Scattered by Nuclei. *Physical Review*, 102(4), 1157-1163. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.102.1157>
- Satchler, G. R., & Satchler, G. R. (1990). *Introduction to nuclear reactions*. Springer.
- Skyrme, T. H. (1956). CVII. The nuclear surface. *Philosophical Magazine*, 1(11), 1043-1054. <https://doi.org/10.1080/14786435608238186>
- Skyrme, T. H. (1958a). The effective nuclear potential. *Nuclear Physics*, 9(4), 615-634. [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(58\)90345-6](https://doi.org/10.1016/0029-5582(58)90345-6)
- Skyrme, T. H. (1958b). The spin-orbit interaction in nuclei. *Nuclear Physics*, 9(4), 635-640. [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(58\)90346-8](https://doi.org/10.1016/0029-5582(58)90346-8)
- Vautherin, D., & Brink, D. M. (1972). Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction. I. Spherical Nuclei. *Physical Review C*, 5(3), 626-647. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.5.626>
- Vautherin, D., Veneroni, M., & Brink, D. M. (1970). A Hartree-Fock calculation for the stability of super-heavy nuclei. *Physics Letters B*, 33(6), 381-384. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(70\)90609-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(70)90609-X)

SKYRME INTERACTION-BASED OPTICAL POTENTIAL FOR LOW-ENERGY NEUTRON SCATTERING ON OXYGEN-16

Nguyen Le Anh*, Nguyen Dinh Quoc Long,

Hoang Thai An, Mai Doan Quang Huy, Trinh Cao Phi

Ho Chi Minh City University of Education, Vietnam

*Corresponding author: Nguyen Le Anh – Email: anhnl@hcmue.edu.vn

Received: August 30, 2024; Revised: May 06, 2025; Accepted: July 01, 2025

ABSTRACT

Hartree-Fock (HF) calculations using the effective Skyrme nucleon-nucleon interaction are widely used in nuclear structure studies. In this work, we investigate their applicability to low-energy elastic scattering. The optical potential obtained from the mean-field HF calculations with the Skyrme interactions SkM^* and $SLy4$ are used to calculate the phase shifts and scattering cross sections for neutron scattering on the ^{16}O nucleus. The results demonstrate the capability of this approach in identifying low-energy resonances.

Keywords: Skyrme Hartree-Fock; optical potential; elastic scattering