SUY LUẬN VÀ CHỨNG MINH TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC CƠ SỞ

LÊ VĂN TIẾN*, TRẦN THỊ TUYẾT DUNG**

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Theo truyền thống, lớp 6 và lớp 7 thuộc giai đoạn chuyển tiếp giữa tiếp cận Hình học (HH) bằng quy nạp – thực nghiệm và tiếp cận HH bằng suy diễn[1].

Trong HHQN, các đối tượng HH cơ bản lần được đưa vào chủ yếu thông qua việc sử dụng các dụng cụ đo, vẽ,... hay quan sát trực quan trên hình. Các tính chất toán học cũng được rút ra từ hoạt động thực nghiệm. Ngược lại, HHSD (chính thức được đưa vào từ lớp 7) đòi hỏi các tính chất toán học phải được hợp thức hóa bởi suy luận diễn dịch.

Như vậy, luôn tồn tại một sự ngắt quãng giữa hai cách tiếp cận HH. Việc dạy học suy luận (SL) và chứng minh (CM) không thể không kế thừa tri thức trực quan, không thể tách rời hoạt động thực nghiệm đã có ở các lớp trước. Nhưng nó cũng đòi hỏi học sinh (HS) phải từ bỏ việc dùng ghi nhận thực nghiệm để khẳng định tính đúng đắn một mệnh đề toán học. Điều này đặt ra nhiều khó khăn cho việc dạy học HH trong giai đoạn chuyển tiếp. Đặc biệt đối với HS, tiếp cận "quan sát – thực nghiệm" dường như là một chướng ngại lớn cho việc học tập SLCM. "*Học sinh không biết chứng minh*" là một lời than vãn mà ta thường nghe thấy ở nhiều giáo viên THCS.

Ý thức về khó khăn này, nhiều biện pháp sư phạm đã được tính đến với mục đích thu nhỏ sự ngắt quãng giữa hai cách tiếp cận HH. Chẳng hạn, tính đến các hoạt động khác nhau như: bước đầu làm quen với diễn đạt "nếu...thì", thể hiện bằng lời các mệnh đề, tập điền vào chỗ trống, tập SL từ đơn giản đến phức tạp, làm quen không tường minh với các định lí thuận – đảo, thực hiện các pha nối khớp biện chứng giữa các hoạt động Thực nghiệm / Lí thuyết, tăng cường các SL và CM "mẫu", dùng hình vẽ để làm rõ hạn chế và sai lầm của kết quả rút ra từ ghi nhận thực nghiệm...

Thậm chí có người còn tin tưởng tuyệt đối vào yếu tố quyền lực của giáo viên. Họ cho rằng chỉ cần cấm HS từ nay không được dùng ghi nhận thực nghiệm để hợp thức hóa một kết quả, là đủ để HS rời bỏ HHQN và đi vào HHSD! (ta sẽ thấy rõ trong phần sau sai lầm của quan niệm này).

---

* Khoa Toán – Tin, ĐHSP Tp.HCM.
** Trường CĐ Kinh tế Đối ngoại.

1 Từ nay chúng tôi gọi ngắn gọn là Hình học quy nạp (HHQN) và hình học suy diễn (HHSD).

Trước những khó khăn dai dẳng mà nhiều HS gặp phải trong thực tế học tập SLCM, chúng tôi đi tới giả thuyết nghiên cứu sau đây:

Tất cả những biện pháp sư phạm nêu trên vẫn chưa đủ để HS thực sự rời bỏ cách tiếp cận hình học bằng quy nạp – thực nghiệm và ý thức được rằng: Từ nay, quan sát thực nghiệm chỉ đóng vai trò gợi ra các phỏng đoán hay minh họa, mà không có chức năng hợp thức hóa một kết quả lí thuyết.

Kiểm chứng được giả thuyết trên có một lợi ích thiết thực. Nó là cơ sở thực tiễn cho việc đổi mới chương trình và sách giáo khoa (SGK), cũng như phương pháp dạy và học ở trường THCS. Trong nghiên cứu này, chúng tôi thực hiện sự kiểm chứng chỉ trong một phạm vi nhỏ. Tuy nhiên những kết quả đạt được thực sự làm chúng ta phải suy nghĩ.

II. ĐIỀU TRA THỰC NGHIỆM (TN)

TN được tiến hành vào cuối năm học đối với 161 HS đang theo học chương trình Toán thí điểm, thuộc 4 lớp 7 của hai trường THCS tại tp. Hồ Chí Minh.

Trước thực nghiệm, một cuộc phỏng vấn giáo viên (GV) toán ở các lớp này đã được thực hiện để biết rằng, ngoài việc tuân thủ SGK, họ cũng đã áp dụng các biện pháp sư phạm nêu trên, kể cả việc công khai cấm HS dùng ghi nhận thực nghiệm trong việc hợp thức hóa một mệnh đề toán học.

1. Nội dung thực nghiệm (xem phụ lục)

Chúng tôi không trình bày ở đây bước phân tích "tiên nghiệm" (analyse a priori), dù biết rằng nó thực sự quan trọng để làm rõ ý đồ cũng như lí do lựa chọn và tổ chức các bài toán TN.

Các lời giải của HS cho trong các bài toán này (mã hóa lần lượt là 1a,1b,2a,2b,3a, 3b và 3c) là các lời giải giả định, thuộc ba dạng: Lời giải "thực nghiệm" dựa hoàn toàn trên ghi nhận thực nghiệm; lời giải "suy luận" chỉ dựa trên SL thuần túy và lời giải "hỗn hợp" dựa đồng thời trên ghi nhận TN và SL.

2. Kết quả thực nghiệm

Phân tích các dữ liệu TN thu được cho thấy: HS có xu hướng đánh giá cao các lời giải có dùng SL. Tuy nhiên, quan sát thực nghiệm vẫn ảnh hưởng tiêu cực rất mạnh trên nhiều HS.

Quả thực, đại đa số các em chấp nhận tính hợp pháp của các kết quả rút ra từ ghi nhận thực nghiệm. Điều này thể hiện trước hết qua bảng thống kê sau đây về số phần trăm HS (dòng dưới của bảng) chấp nhận các lời giải giả định.

1a	1b	2a	2b	3a	3b	3c
89,4	97,5	47,8	97,5	43	57,2	98,7

Việc chấp nhận này thể hiện rõ nét trong nhiều trả lời của HS. Vài ví dụ minh họa:

Về các lời giải 1a hay 1b: *"Bạn Thư chứng minh bằng việc gấp giấy nên rất chính xác và cụ thể", "bạn chứng minh rõ ràng trên thực tế bằng hình vuông có căn cứ rõ ràng", "Vì em đã gấp và đã thấy các đường cắt nhau tại một điểm, và em cũng vẽ các đường thẳng vào hình trên nên em rất đồng ý với bạn Thư"*. Về 2a: *"Vì nếu dùng thước đo độ thì ta sẽ cho đáp số", "Bạn trả lời ngắn nhưng vẫn đúng"*. Về 3a: *"Lời giải của bạn Danh ngắn gọn nhất và cũng chính xác, vì khi ta để thước thẳng hàng với A, B thì thấy thước cũng đi qua C ⇒ A, B,C thẳng hàng."*

Trong số những HS loại bỏ lời giải thực nghiệm, rất ít em ý thức được một cách rõ ràng rằng việc hợp thức hóa một kết quả phải nhờ đến SL, như giải thích sau: *"Vì theo cách thầy cô đã dạy thì dùng thước đo chỉ là cách dự đoán khi người ta nhìn vào sẽ không hiểu thẳng hàng", "Vì trong hình học phải dùng các định lí để chứng minh"*.

Ngược lại, đại đa số trong các HS này cho rằng kết quả rút ra từ ghi nhận thực nghiệm *vẫn thích đáng, vẫn đúng*. Nhưng các em loại bỏ chúng hoặc cho điểm thấp vì nhiều lí do không mang bản chất toán học. Sau đây là vài minh họa cụ thể:

Về 1a: *"Ý kiến bạn Bình <u>đúng nhưng không hay</u> vì bạn chỉ nghĩ ra được cách kẻ đường thẳng ngay cả học sinh lớp 6 còn nghĩ ra được"*. Về 2a: *"Vì bạn Yến dùng thước đo độ mà biết được đáp số ngay, em chưa từng thấy và <u>em đã làm như vậy nhiều lần nhưng đều bị thầy la sao em không tính mà đo nhẩm như thế nên em nghĩ là bạn Yến đúng nhưng cách đó không hay</u>"*. Về 2b: *"Bài làm <u>cũng đúng</u> nhưng việc dùng eke đo ABC là <u>chưa hay</u>"*. Về 3a: *"Vì nếu em đặt thước thẳng lên đoạn AB thì em cũng sẽ thấy điểm C nằm trên đường thẳng AB. Nhưng em cho là cách giải này <u>không hay lắm</u> nên em cho 7 điểm", "Làm theo cách của bạn Danh là dành cho những bạn yếu. Làm như thế có thể chứng tỏ mình không hiểu bài", "Làm như vậy thì kể cả mấy em nhỏ tuổi hơn cũng làm được à. Như vậy là sai"*. Về 3b: *"Cách làm của bạn <u>cũng đúng</u>, nhưng bạn cứ áp dụng vào thước đo độ nên chưa có vận dụng các định lí đã học"*.

Không ít HS chấp nhận hay loại bỏ một lời giải giả định, hoặc cho điểm lời giải này cao hơn lời giải khác vì một lí do rất "thực nghiệm": Do độ chính xác của công cụ đo, vẽ. Có em cho rằng kết quả đạt được từ "gấp hình" chính xác hơn từ dùng thước kẻ, dùng Eke đo góc thì chính xác hơn dùng thước đo độ. Chẳng hạn, có HS cho lời giải 2a là sai, còn lời giải 2b là đúng với giải thích: *"Vì nếu dùng thước đo độ sẽ không chính xác bằng Eke"*. HS khác giải thích về lời giải 1a và 1b: *"Vì nếu kẻ bằng thước thì không ngay lắm vì có thể lệch một chút", "Vì bạn Thư xếp giấy rất dễ nhìn thấy và ngay hàng"*.

Lời kết: Nghiên cứu của chúng tôi đã chỉ ra một phần thực trạng: sau một năm học SL và CM, đa số HS vẫn chưa ý thức được về tính "bất hợp pháp" của kiến thức được rút ra từ ghi nhận thực nghiệm và tính cần thiết phải dùng đến suy luận. Với các em, việc dùng suy luận dường như chỉ xuất phát từ sự áp đặt của một *"hợp đồng"* đơn giản giữa thầy và trò: *"Từ lớp 7, phải dùng suy luận và cấm dùng ghi nhận thực nghiệm ..."*. Trong một chừng mực nào đó, áp đặt này có thể cho phép đạt được những thành công nhất định. Chẳng hạn, HS có thể nhất thời vượt qua các kì thi trong đó có đòi hỏi về CM. Nhưng mãi mãi các em vẫn không hiểu được CM là gì? Vì sao phải CM? Vì sao không được dùng ghi nhận thực nghiệm?... Cũng giống như trường hợp của phương pháp CM bằng quy nạp. Phần nhiều HS biết thực hiện một CM quy nạp. Nhưng ít em hiểu được vì sao trong CM quy nạp lại phải trải qua các bước như vậy.

Vì thế, để HS hiểu được đúng vai trò và ý nghĩa của SL và CM cần thiết phải xây dựng và tổ chức các tình huống dạy học cho phép các em *tự mình* nhận ra tính cần thiết (bản chất toán học) phải rời bỏ ghi nhận TN và phải nhờ đến SL, nhận ra sự thay đổi căn bản vai trò của quan sát TN trong hoạt động toán học. Tình huống cũng phải cho phép HS lĩnh hội dần dần các quy tắc tranh luận và kiểm chứng trong Toán học. Có thể tham khảo hướng nghiên cứu này trong G.Arsac (1992), N.Balacheff (1988),...

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Arsac.G (1992), *Initiation au raisonnement déductif au collège*. Presses Universités de Lyon. Bản dịch tiếng Việt của Đoàn Hữu Hải, NXBGD, 1995.

[2] Balacheff.N (1988), *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de collège*. Thèse d'Etat. Université Joseph Fourier Grenoble. France.

[3] Lê Văn Tiến (2002), *Quan điểm « thực nghiệm » trong dạy học toán ở trường phổ thông*. Tạp chí khoa học – ĐHSP tp.HCM.

[4] Trần Thị Tuyết Dung (2002), *Nghiên cứu didactic bước chuyển từ Hình học quan sát – thực nghiệm sang Hình học suy diễn*. Luận văn thạc sĩ chuyên nghành Didactic toán.

Tóm tắt:

Suy luận và chứng minh trong dạy học Toán ở trường trung học cơ sở

Bài báo này trình bày một số ảnh hưởng tiêu cực ghi nhận thực nghiệm trên việc học tập suy luận và chứng minh của học sinh lớp 7. Qua đó, nó muốn chứng tỏ rằng việc từ bỏ ghi nhận thực nghiệm với vai trò hợp thức hóa các kết quả lý thuyết không thể thực hiện được chỉ nhờ vào sự ép buộc của giáo viên, mà dường như phải tạo ra những tình huống học tập trong đó chính học sinh tự nhận thức được tính cần thiết của việc loại bỏ này.

Abstract:

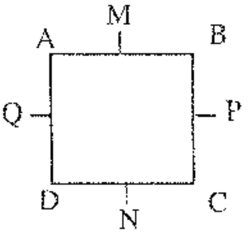
The reasonning and the demonstration
in teaching and study of Mathematics at junior high schools

This article presents a few negative influences of experimantal reports on 7th grade pupils' learning of reasoning and demonstration thereby shows that the abandonment of experimental reports, as a role of regularization of theoretical results will be imposible if the pupils are forced to do it by their teachers. It seems that there's a need for learning situations in which the pupils regconize themselves the necessity of this abandonment.

Phụ lục: Bài tập thực nghiệm

Bài toán 1. Bạn An, một học sinh lớp 7 nói:

"Trong hình vuông ABCD. Nếu M là điểm giữa của AB; P là điểm giữa của BC; N là điểm giữa của CD và Q là điểm giữa của DA, thì các đường thẳng MN, PQ, AC và BD luôn cắt nhau tại một điểm."



Sau đây là nhận xét của hai bạn học sinh khác về ý kiến của An

• Ý kiến của bạn Bình:

"Bạn An nói đúng. Vì nếu bằng thước thẳng em kẻ các đường thẳng MN, PQ, BD và AC thì em thấy các đường thẳng này cắt nhau tại một điểm."

• Ý kiến của bạn Thư:

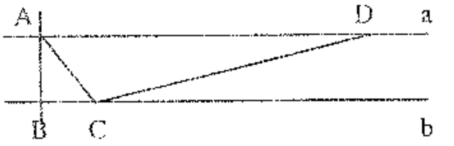
"Ý kiến của bạn An là đúng. Thật vậy, nếu em cắt một hình vuông bất kì bằng giấy, em gấp hình để xác định đường thẳng qua M và N. Sau đó em lại gấp nó để xác định các đường thẳng PQ, BD và AC. Trải hình vuông ra, quan sát em thấy: các đường thẳng MN, PQ, BD và AC cắt nhau tại một điểm."

Hãy cho biết ý kiến của em về ý kiến của các bạn Bình và Thư, bằng cách cho điểm vào ô thích hợp trong bảng sau đây:

Ý kiến của bạn	Đúng (điểm)	Sai (điểm)	Giải thích vì sao em đánh giá như vậy
Bình			
Thư			

Bài toán 2

Cho hình vẽ dưới đây. Biết các đường thẳng a và b song song với nhau. Góc ADC = 15°. AC là phân giác của góc BAD. Có thể biết số đo của góc ACD không ? giải thích vì sao?



Sau đây là lời giải của hai học sinh lớp 7.

- Lời giải của bạn Yến:

"Có. Vì nếu dùng thước đo độ, đo góc ACD em thấy ACD = 120°. Đáp số: ACD = 120°."

- Lời giải của bạn Hoàng:

"Dùng eke đo góc ABC, em thấy ABC là một góc vuông ⇒ AB ⊥ b (1)

Mà a // b (theo giả thiết) (2). Từ (1) và (2), suy ra AB ⊥ a. Như vậy, góc BAD = 90° (3)

AC là phân giác của BAD (theo giả thiết) (4)

Từ (3) và (4) suy ra: CAD = BAD / 2 = 45° (5)

Xét ΔACD, ta có:

ACD + ADC + DAC = 180° (định lí tổng ba góc trong của một tam giác) (6)

ADC = 15° (giả thiết) và CAD = 45° (theo 5)

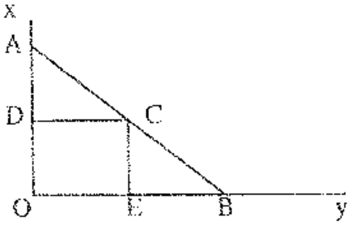
Vậy : ACD + 15° + 45° = 180° ⇒ ACD = 180° – 15° – 45° = 120°. Đáp số: ACD = 120°."

Hãy cho ý kiến của em về lời giải của các bạn Yến và Hoàng, bằng cách cho điểm vào ô thích hợp trong bảng sau đây:

(Bảng tương tự như trong bài toán 1)

Bài toán 3

Cho góc vuông xOy, điểm A thuộc tia Ox, điểm B thuộc tia Oy. Gọi D và E theo thứ tự là trung điểm của OA và OB. Đường vuông góc với OA tại D và đường vuông góc với OB tại E cắt nhau tại C. Ba điểm A,B, C có thẳng hàng không? Vì sao?



Sau đây là lời giải của ba học sinh lớp 7:

- Lời giải của bạn Danh:

" Ba điểm A, B, C thẳng hàng. Vì nếu đặt thước kẻ đi qua A và B, thì em thấy mép thước cũng đi qua C."

- Lời giải của bạn Kim: *"Tam giác AOB vuông tại O⇒ OBA + OAB=90° (1)*

Mặt khác, dùng thước đo độ, em đo được góc OBC = 38° và OAC = 52° ⇒ OBC + OAC = 90° (2)

Từ (1) và (2) ⇒ C phải nằm trên BA ⇒ A, B, C thẳng hàng."

- Lời giải của bạn Lan: " Kiểm tra bằng thước, em dự đoán A, B, C thẳng hàng.

Thật vậy, vì CD là trung trực của OA ⇒ CA = CO ⇒ tam giác ACO cân tại C ⇒ đường cao CD cũng là phân giác của góc ACO ⇒ $C_1 = C_2$ (1)

Tương tự , CE là trung trực của OB ⇒ CB = CO ⇒ tam giác BCO cân tại C ⇒ đường cao CE cũng la phân giác của góc BCO ⇒ $C_3 = C_4$ (2)

Từ (1) và (2) ⇒ $C_1 + C_4 = C_2 + C_3$ (3)

Mà $C_2 + C_3 = 90^0$ (vì tứ giác CDOE là hình chữ nhật)

⇒ $C_1 + C_4 = C_2 + C_3 = 90^0$

⇒ $C_1 + C_4 + C_2 + C_3 = 90^0 + 90^0 = 180^0$

⇒ A, B, C thẳng hàng."

(Bảng tương tự như trong bài toán 1)