

## KỸ THUẬT SỬ DỤNG HÀM ĐIỀU KIỆN TRONG LẬP TRÌNH GIẢI TOÁN MÁY TÍNH CẦM TAY

LÊ TRUNG HIẾU\*, VÕ MINH TÂM\*, NGUYỄN THỊ BÍCH THUẬN\*

### TÓM TẮT

Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra kỹ thuật mới là kỹ thuật sử dụng hàm điều kiện để viết giải thuật lập trình giải toán trên máy tính cầm tay (MTCT). Nhiều hàm điều kiện mới được đưa ra nhằm giải quyết một số lớp các bài toán khó tương ứng. Một số ví dụ về dãy số truy hồi được giải để minh họa cho tính hiệu quả của phương pháp này.

**Từ khóa:** giải thuật lập trình, hàm điều kiện, máy tính cầm tay.

### ABSTRACT

#### *The technique of using conditional functions in programing solving mathematical exercises in calculators*

*In this paper, we present a new technique, which is using conditional functions to write programming algorithms and solve mathematical exercises in calculators. Many new conditional functions are given to solve some classes of corresponding difficult exercises. Some exercises on recurrent sequences are solved to illustrate the effectiveness of the method.*

**Keywords:** conditional functions, programming algorithms, calculators.

### 1. Mở đầu

Máy tính cầm tay là công cụ hỗ trợ đắc lực cho việc tính toán của học sinh, sinh viên trong học tập và nghiên cứu. Việc am hiểu chuyên sâu về các thuật toán trên MTCT góp phần sử dụng hiệu quả máy tính vào việc tính toán nhanh, tiết kiệm thời gian, nâng cao tư duy giải thuật và hiệu quả học tập nghiên cứu mà không làm giảm kỹ năng tính toán của học sinh, sinh viên và giáo viên. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2011) và Mohd Yusuf Yasin (2012) đã chỉ ra nhiều hiệu quả thiết thực của việc sử dụng MTCT trong dạy học Toán và khẳng định rằng hướng nghiên cứu ứng dụng MTCT trong dạy học cần được đẩy mạnh nhằm phát huy các lợi ích sư phạm của chúng mang lại (xem [5], [7]). Vì vậy, nhằm khuyến khích khai thác hiệu quả việc sử dụng MTCT trong học tập nghiên cứu, nhiều cuộc thi giải toán trên MTCT được tổ chức đều đặn hàng năm cho các cấp học với nhiều hình thức khác nhau.

Trong các bài toán về MTCT thì dạng toán giải bằng cách dùng giải thuật lập trình là dạng khó, nó đòi hỏi người giải phải tìm ra đúng giải thuật lập trình thì mới giải được kết quả. Ngoài ra, đối với một số bài toán đơn giản hơn có thể được giải bằng tính toán và ghi chép thông thường qua nhiều bước thì việc nghiên cứu viết giải thuật lập

---

\* ThS, Trường Đại học Đồng Tháp

trình giải toán cũng là rất cần thiết nhằm tránh được sai số lớn khi tính toán và ghi chép ở các bước trung gian, đồng thời tiết kiệm được khá lớn lượng thời gian giải toán. Có nhiều kĩ thuật lập trình giải toán trên MTCT như kĩ thuật sử dụng biến Ans ([2], [6], [7]), kĩ thuật sử dụng các biến  $A, B, C, \dots$  ([3], [4])... Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra một kĩ thuật mới là kĩ thuật sử dụng hàm điều kiện kết hợp với các biến  $A, B, C, \dots$  đồng thời đưa ra các hàm điều kiện hoàn toàn mới được sử dụng trong giải thuật lập trình. Kĩ thuật này góp phần đơn giản hóa một số dạng toán có quy luật nâng cao mà rất khó hoặc không thể giải chúng theo cách thông thường là ghi chép tính toán thủ công qua nhiều bước hoặc lập trình không dùng hàm điều kiện. Ngoài ra, lợi ích sự phạm của việc sử dụng kĩ thuật mới này trong giải toán MTCT là góp phần tích cực vào việc rèn luyện cho học sinh, sinh viên, đặc biệt là sinh viên ngành Toán - Tin, về tư duy thuật toán và giúp họ khai thác sâu hơn một số yếu tố về lập trình như vòng lặp, biến tin học. Qua đó, giáo viên có thể khai thác để dạy tích hợp Tin học trong môn Toán.

Giải thuật lập trình được nêu có thể áp dụng cho nhiều dòng máy được quy định trong [1] như Casio fx 570MS, Casio fx 570ES (PLUS), VinaCal 570MS, VinaCal 570ES (PLUS), VN-570RS, VN-570ES (PLUS)... Để thuận tiện cho việc trình bày, chúng tôi minh họa việc tính toán trên dòng máy Casio fx 570MS và các ví dụ được minh họa thông qua các bài toán về dãy số truy hồi. Sau đây là một số quy ước trình bày trong bài báo nhằm đơn giản cách viết giải thuật lập trình:

(1) Lưu giá trị thực  $a$  vào biến nhớ  $A$  ta viết  $a \rightarrow A$  tương ứng với dãy phím đầy đủ là  **$a$  SHIFT STO A**;

(2) Nhập biến nhớ  $A$  vào màn hình, ta chỉ cần viết  $A$ , thay vì phải viết **ALPHA A**;

(3) Viết dấu “=” và “:” trong giải thuật được hiểu là dấu bằng và dấu hai chấm màu đỏ trong lập trình (phím này được gọi ra thông qua phím **ALPHA**);

(4) **=** phím gọi trực tiếp kết quả từ phép toán, khác với dấu “=” trong (3).

## 2. Giải thuật sử dụng hàm điều kiện trong lập trình

Trong mục này, chúng tôi đưa ra các hàm điều kiện mới tương ứng với các dạng toán khác nhau đồng thời minh họa cách áp dụng giải thuật lập trình sử dụng hàm điều kiện vào giải các bài toán về dãy số truy hồi trên MTCT.

Cho dãy số truy hồi cấp hai tổng quát  $\{u_n\}$  xác định như sau:

$$\begin{cases} u_1 = a; & u_2 = b; \\ u_{n+2} = f(u_{n+1}, u_n), & n \in \mathbf{N}^*. \end{cases}$$

trong đó  $a, b \in \mathbf{R}$  và  $f$  là hàm hai biến cho trước sao cho dãy số luôn xác định với mọi  $n \in \mathbf{N}^*$ . Sau đây ta xét một số dạng toán đặc trưng.

**Dạng 1.** Bài toán có đan dấu liên tiếp; “nhảy” một số hạng; kết hợp đan dấu và “nhảy” hai số hạng

Thông thường ta dùng các hàm điều kiện tương ứng sau, với  $n \in \mathbf{Z}$ :

$g(n) = (-1)^n$  nhận giá trị 1 nếu  $n$  chẵn và -1 nếu  $n$  lẻ;

$g(n) = \frac{1 + (-1)^n}{2}$  nhận giá trị 1 nếu  $n$  chẵn và 0 nếu  $n$  lẻ;

$g(n) = \sin(90n)$ ,  $g(n) = \cos(90n)$  nhận các giá trị tuần hoàn (0, 1, 0, -1), (1, 0, -1, 0) tương ứng (ở chế độ Mode Deg).

**Ví dụ 1.**

a) Tính  $S_{30} = u_1 - u_2 + u_3 - \dots + u_{29} - u_{30}$  và  $T_{30} = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{28} + u_{30}$ .

b) Tính  $W_{30} = u_2 - u_4 + u_6 - u_8 + \dots + u_{26} - u_{28} + u_{30}$ .

**Giải thuật.**

a) Lưu các giá trị ban đầu:  $a \rightarrow A$ ,  $b \rightarrow B$ ,  $2 \rightarrow X$  (biến chỉ số),  $a - b \rightarrow Y$  (biến tổng  $S_x$ ),  $b \rightarrow M$  (biến tổng  $T_x$ ). Nhập vào màn hình vòng

lặp  $X = X + 1 : C = f(A, B) : Y = Y + (-1)^{X+1} \times C : M = M + C \times \frac{1 + (-1)^X}{2} : A = B :$

$B = C$ . Ấn [=] nhiều lần cho đến khi  $X = 30$ , ấn [=] một lần để tìm  $Y$ , khi đó ghi kết quả  $S_{30}$  bằng  $Y$ , ấn [=] một lần nữa để tìm  $M$ , ghi kết quả  $T_{30}$  bằng  $M$ .

**Chú ý:** Để chạy vòng lặp trên, đối với một số dòng máy khác, chẳng hạn Casio 570ES (PLUS), VinalCal 570ES (PLUS)... ta cần ấn CALC trước khi ấn phím [=] và máy phải hỏi giá trị của từng biến ở mỗi vòng lặp mới, do đó vòng lặp sẽ thực hiện lâu hơn so với chạy trên máy Casio fx 570MS. Để ngắn gọn trong cách trình bày, ở các giải thuật sau chúng tôi chỉ nêu đến dòng lệnh của vòng lặp cần nhập vào màn hình mà không nêu phần tìm kết quả từ việc ấn phím [=].

b) Tổng vừa có đan dấu, vừa “nhảy” số hạng nên không thể dùng hàm điều kiện như ở Câu a), do đó giải thuật như sau: Mode Deg,  $a \rightarrow A$ ,  $b \rightarrow B$ ,  $2 \rightarrow X$ ,  $b \rightarrow Y$  (biến tổng  $W_x$ ). Nhập vào màn hình

$X = X + 1 : C = f(A, B) : Y = Y + C \times \sin(90X) : A = B : B = C$ .

**Chú ý:** Đối với bài toán có đan dấu là “nhân” và “chia” cũng được giải bằng kĩ thuật lập trình tương tự như trên, tuy nhiên các hàm điều kiện phải được đặt trên số mũ (xem Bài toán đề nghị 1 (a)).

**Dạng 2. Bài toán có liên quan đến giá trị nguyên, không nguyên và dùng hàm xấp xỉ**

Ta dùng hàm điều kiện:  $g(x) = \frac{\sin(180x)}{\sin(180x) + 10^{-99}}$  nhận giá trị 0 khi  $x \in \mathbf{Z}$  và xấp xỉ 1 khi  $x \notin \mathbf{Z}$  (bộ nhớ của máy được hiểu là 1) ở chế độ Mode Deg.

**Chú ý:** Số  $10^{-99}$  thêm vào ở mẫu có ý nghĩa là số rất bé và tránh được dạng vô

định  $\frac{0}{0}$ . Một hạn chế của hàm  $g(x)$  là phụ thuộc vào hàm sin, trong khi máy không tính được  $\sin(180x)$  khi  $x$  nhận giá trị khá lớn.

**Ví dụ 2.**

Lập trình tìm xem có bao nhiêu số hạng không nguyên (không là số nguyên) trong 30 số hạng đầu tiên của dãy số  $\{u_n\}$  nêu trên. Kết quả được lưu tự động vào biến  $Y$  khi kết thúc giải thuật.

Giải thuật. Mode Deg,  $a \rightarrow A, b \rightarrow B, 2 \rightarrow X, k \rightarrow Y$  (biến đếm số các số hạng không nguyên, giá trị  $k$  được lưu ban đầu là số các số không nguyên trong hai số  $a$  và  $b$ ). Nhập vào màn hình

$$X = X + 1 : C = f(A, B) : Y = Y + \frac{\sin(180C)}{\sin(180C) + 10^{-99}} : A = B : B = C.$$

**Dạng 3.** Bài toán có liên quan đến giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất

Dùng các hàm điều kiện

$$\max\{a, b\} = \frac{a + b + |a - b|}{2} \text{ và } \min\{a, b\} = \frac{a + b - |a - b|}{2}.$$

Chú ý: Ở chế độ Mode Comp để tính giá trị tuyệt đối của số thực  $x$  trên máy 570MS ta dùng công thức  $|x| = \sqrt{x^2}$ , riêng máy 570ES ta có thể dùng phím **Abs**.

**Ví dụ 3.**

Lập trình tìm  $\max_{1 \leq n \leq 30} \{u_n\}$ . Giá trị cần tìm được lưu tự động vào biến  $Y$  sau khi kết thúc giải thuật.

Giải thuật.  $a \rightarrow A, b \rightarrow B, 2 \rightarrow X, \max\{a, b\} \rightarrow Y$  (biến max). Nhập vào màn hình  $X = X + 1 : C = f(A, B) : Y = \frac{Y + C + |Y - C|}{2} : A = B : B = C.$

**Dạng 4.** Bài toán liên quan đến số hạng dương, số hạng âm

Dùng các hàm điều kiện

$$g(a) = \max\{a, 0\} = \frac{a + |a|}{2} \text{ và } g(a) = \min\{a, 0\} = \frac{a - |a|}{2}, a \in \mathbf{R}.$$

**Ví dụ 4.**

Lập trình đếm xem có bao nhiêu số hạng dương (có giá trị dương) trong số 30 số hạng từ  $u_1$  đến  $u_{30}$  và tính tổng tất cả các số hạng dương này. Kết quả đếm và tổng được lưu tự động vào biến  $Y, M$  tương ứng.

Giải thuật.  $a \rightarrow A, b \rightarrow B, 2 \rightarrow X, d \rightarrow Y$  (biến đếm số các số hạng dương),

$e \rightarrow M$  (biến tổng các số hạng dương) trong đó giá trị của  $d, e$  lần lượt là số các số hạng dương và tổng các số hạng dương trong hai số  $a, b$  cho trước, nếu  $a$  và  $b$  đều nhận giá trị âm thì  $e = 0$ . Nhập vào màn hình

$$X = X + 1; C = f(A, B); D = \frac{C + |C|}{2}; Y = Y + \frac{D}{D + 10^{-99}}; M = M + D; A = B; B = C.$$

Ở đây  $D = \max\{C, 0\}$  là biến trung gian nhằm đơn giản cho các biểu thức tính  $Y$  và  $M$ . Khi  $D = 0$  thì  $Y = Y + 0$  (biến đếm giữ nguyên giá trị), khi  $D > 0$  thì  $Y = Y + 1$  khi đó biến đếm sẽ cộng thêm một giá trị.

**Ví dụ 5.**

Tính kết quả cụ thể của các Ví dụ 1, 2, 3, 4 khi cho  $a = 1, b = -2$  và

$$f(u_{n+1}, u_n) = u_{n+1} - 2u_n + \frac{1}{2}, n \in \mathbf{N}^*.$$

Trên cơ sở giải thuật tổng quát đã có, phân tích toán dành cho bạn đọc. Kết quả cụ thể như sau: Ví dụ 1:  $S_{30} = -20790, T_{30} = -2826, W_{30} = -26450$ ; Ví dụ 2: 14 số hạng có giá trị không nguyên, 16 số hạng có giá trị nguyên; Ví dụ 3:  $\max_{1 \leq k \leq 30} \{u_k\} = 12283$ ; Ví dụ 4: Có 15 số hạng dương và giá trị của tổng là 32772.

Sau đây chúng tôi đề nghị một số bài toán nâng cao và không trình bày lời giải, bạn đọc có thể dùng kĩ thuật tương tự các kĩ thuật vừa nêu trên để giải một cách nhanh chóng.

**Bài toán đề nghị 1.**

Cho hàm số  $h(x) = \sin^2(2x), x \in \mathbf{R}$  và dãy số truy hồi  $\{u_n\}$  xác định như sau

$$\begin{cases} u_1 = 1; & u_2 = -\frac{1}{7}; & u_3 = -1; \\ u_{n+3} = 3u_{n+2} - u_{n+1} - 2u_n + 1, & n \in \mathbf{N}^*. \end{cases}$$

a) Tính  $S_{39} = h(u_1) \times \frac{1}{h(u_3)} \times h(u_5) \times \frac{1}{h(u_7)} \times \dots \times h(u_{37}) \times \frac{1}{h(u_{39})}$ .

b) Tìm  $\min_{1 \leq n \leq 40} \{u_n\}$  và  $\min_{1 \leq n \leq 40} \{h(u_n)\}$ .

c) Tính tổng tất cả các số hạng  $u_k$  thỏa điều kiện  $h(u_k) \leq 0$ , với  $1 \leq k \leq 40$ .

d) Có bao nhiêu số hạng có giá trị nguyên trong số 24 số hạng đầu tiên của dãy số.

Các tính toán lượng giác được cài đặt ở chế độ độ (Mode Deg).

**Bài toán đề nghị 2.**

Cho dãy số xác định:  $u_1 = 5 + \frac{1}{3}; u_2 = 3 + \frac{2}{5 + \frac{1}{3}}; u_3 = 5 + \frac{3}{3 + \frac{2}{5 + \frac{1}{3}}}; \dots$  Viết giải

thuật lập trình tính giá trị thập phân của  $u_n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$  cho trước. Từ đó tính  $u_7, u_{12}, u_{32}$ . Dự đoán giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

### 3. Kết luận

Bài báo đưa ra kĩ thuật mới là dùng hàm điều kiện để viết giải thuật lập trình trên dòng máy tính Casio fx 570MS và các máy có chức năng tương đương. Một số dạng toán mới được phân loại rõ ràng và được giải quyết với các hàm điều kiện mới tương ứng. Vấn đề mở của bài báo là áp dụng kĩ thuật mới này vào một số dạng toán khác ngoài dãy số truy hồi hoặc tìm ra các hàm điều kiện mới để giải quyết các dạng toán khó có quy luật. Kĩ thuật được đưa ra trong bài báo không những góp phần giúp học sinh, sinh viên khai thác hiểu sâu hơn về vòng lặp, các biến tin học mà còn giúp họ rèn luyện tư duy thuật toán và khả năng sáng tạo. Qua đó giáo viên có thể vận dụng để tích hợp dạy học Tin học trong môn Toán đồng thời thiết kế mới cho các tình huống dạy học theo hướng ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học với sự hỗ trợ của MTCT. Cuối cùng, một kiến nghị đến hoạt động tổ chức các cuộc thi giải toán trên MTCT cho học sinh, sinh viên trong thời gian tới đó là ban tổ chức cần chú ý khai thác một số dạng câu hỏi nhằm kết hợp rèn kĩ năng giải toán và phát triển tư duy thuật toán của các thí sinh, khi đó các cuộc thi này mới thực sự có ý nghĩa cao.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Giáo dục & Đào tạo (2014), *Danh sách máy tính cầm tay được đem vào phòng thi*, Số 2683/BGDĐT-CNTT, Hà Nội.
2. Lê Trung Hiếu, Nguyễn Thị Bích Thuận (2014), “Vai trò của biến Ans trong giải toán máy tính cầm tay”, *Tạp chí Thiết bị giáo dục*, (106), tr.24-26.
3. Tạ Duy Phương, Phạm Thị Hồng Lý (2005), *Một số dạng toán thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính điện tử*, Nxb Giáo dục.
4. Nguyễn Văn Trang, Nguyễn Trường Chàng, Nguyễn Thế Thạch, Nguyễn Hữu Thảo (2007), *Hướng dẫn sử dụng và giải toán trên máy tính Casio fx 570MS*, Nxb Giáo dục.
5. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2011), “Vấn đề ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học toán và lợi ích của máy tính cầm tay”, *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm TPHCM*, 30(64), tr.51-58.
6. Tay, K. G. (2006), *Numerical Methods with Calculator Casio fx-570MS*, Malaysia: Penerbit KUiTTHO.
7. Yasin, M. Y. (2012), “Scientific Calculators and the Skill of Efficient Computation”, *BIBECHANA: A Multidisciplinary Journal of Science, Technology and Mathematics*, Vol. 8, pp.31-36.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 07-7-2014; ngày phản biện đánh giá: 12-11-2014;  
ngày chấp nhận đăng: 21-11-2014)