CÁC CÁCH TIẾP CẬN CỦA KHÁI NIỆM PHÂN SỐ TRONG LỊCH SỬ VÀ SÁCH GIÁO KHOA TOÁN Ở TIỂU HỌC

DƯƠNG HỮU TÒNG*

TÓM TẮT

Lịch sử mang lại những cách tiếp cận khác nhau cho một khái niệm toán học. Các nhà lí luận dạy học, tác giả sách giáo khoa lựa chọn các cách tiếp cận phù hợp với trình độ nhận thức và đặc điểm của học sinh. Do đó, một khái niệm toán học trong sách giáo khoa có thể được tiếp cận không tương đồng như trong lịch sử. Trong bài báo này, các cách tiếp cận của khái niệm phân số trong lịch sử và sách giáo khoa Toán ở tiểu học sẽ được làm rõ.

Từ khóa: cách tiếp cận, phân số, lịch sử toán, khái niệm toán.

ABSTRACT

The approaches to fractional concept in history and mathematics textbooks in primary school

History brought different approaches to a mathematical concept. Learning theorists, textbook authors chose the approaches in accordance with pupils'cognitive levels and characteristics. Therefore, a mathematical concept in the textbook could not be approached as the same in the history. In this article, the approaches to fractional concept in history and mathematics textbooks in primary school are clarified.

Keywords: approach, fractions, mathematical history, mathematics concept.

1. Đặt vấn đề

Một trong những khái niệm toán học mà học sinh (HS) tiểu học thường gặp khó khăn trong nhận thức là khái niệm phân số. Phân số có vị trí, vai trò quan trọng trong các mạch kiến thức toán ở tiểu học, đồng thời nó là cơ sở để mở rộng các loại số khác: hỗn số, số thập phân, số hữu tỉ,… Do đó, nhiệm vụ đặt ra đối với giáo viên (GV) tiểu học là phải làm sao cho HS có những hiểu biết đúng đắn về khái niệm phân số, đặc biệt là hình thành khái niệm ban đầu về phân số một cách chính xác.

2. Các cách tiếp cận khái niệm phân số trong lịch sử

Nghiên cứu các tài liệu lịch sử, chúng tôi nhận thấy việc mở rộng hệ thống số từ số tự nhiên sang số biểu diễn bởi phân số được tiến hành theo hai cách: xuất phát từ nhu cầu của cuộc sống và xuất phát từ nội bộ toán học. Thứ nhất, phân số ra đời để giải quyết các vấn đề thực tế: nhu cầu đo đạc (nhiều khi ta gặp cả những đại lượng không chứa đựng một số tự nhiên lần đơn vị đo) và nhu cầu chia những vật ra nhiều phần bằng nhau. Thứ hai, tập hợp số biểu diễn bởi phân số ra đời xuất phát từ nội bộ toán học: để cho phép chia các số nguyên cho một số khác 0 luôn luôn thực hiện được, hoặc các phương trình dạng $b \times x = a$ (b khác 0) luôn luôn có nghiệm. Trong quá trình

* NCS, Trường Đại học Sư phạm TPHCM

mở rộng như trên, phân số được tiếp cận theo 4 cách như sau:

2.1. Cách tiếp cận dựa trên số phần của cái toàn thể

Cách tiếp cận này có liên quan đến bài toán: "Tìm ra một số phần của một đối tượng được chia thành các phần bằng nhau". Trong lịch sử, khái niệm về đại lượng phân số phát triển từ thời cổ đại khi "phân số" đã được quan niệm như "không chia được và không chia hết" (Klein, 1968). Một đại lượng phân số không được xem như là một số trong nhiều thế kỉ; đúng hơn, nó đã được sử dụng như một đơn vị mới biểu diễn cho một phần hoặc các phần của một số cho đến khi Stevin (1548-1620) tuyên bố rằng đại lượng này là một con số bằng cách định nghĩa phân số như là "một phần của các bộ phận của cái toàn thể" (Klein, 1968).

2.2. Cách tiếp cận dựa trên đo lường

Người ta tìm thấy các phân số từ các số tự nhiên qua các số đo và tỉ lệ, giải quyết nhu cầu tìm một đơn vị đo lường chung đối với hai đại lượng. Trong lịch sử, thuật ngữ bao gồm số đo đại lượng và tỉ lệ là "*tính có thể so sánh được*" được định nghĩa bởi nhà toán học Hi Lạp, Euclide (thế kỉ III, trước công nguyên) như sau: "Những độ lớn được cho là có thể so sánh được với nhau nếu được đo lường bởi cùng đơn vị đo, và chúng không thể so sánh được nếu chúng không có đơn vị đo lường chung" (Heath, 1956).

Theo ý nghĩa hiện đại, nếu A và B (khác 0) là hai số có thể so sánh được với nhau nếu tồn tại đại lượng C sao cho A = mC và B = nC với m, n là các số nguyên và $n \neq 0$. Euclide không xem đại lượng C như là một số, nhưng như là "một phần hay các phần của một số" (Klein, 1968).

2.3. Cách tiếp cận dựa trên phép chia

Cách tiếp cận này nảy sinh trong lúc người ta đi tìm nghiệm cho phương trình $b \times x = a$ với a, b là các số nguyên, b khác 0. Cụ thể, nó được tìm thấy trong định nghĩa thông thường của một trường, được hình thành đầu tiên bởi Galois vào đầu thế kỉ XIX và được thiết lập cụ thể bởi Dedekind vào năm 1871 (Baumgart, 1966). Chúng tôi gọi đây là cách tiếp cận dựa trên phép chia vì nhu cầu phải có phân số $\frac{a}{b}$ là kết quả của sự cần thiết để có một tập hợp số trong đó phép chia là đóng kín (tức là tồn tại phần tử nghịch đảo và thỏa mãn các tiên đề của trường) nhằm giải quyết các vấn đề đại số.

2.4. Cách tiếp cận dựa trên lí thuyết tập hợp

Theo cách tiếp cận này, người ta định nghĩa các phân số như là tập hợp các cặp số nguyên có thứ tự. Cụ thể, các nhà toán học tiếp cận như sau:

Lấy tập hợp S gồm các cặp số nguyên có thứ tự (a, b), với b khác 0. Phân chia tập S thành các tập hợp con với quy tắc: hai cặp (a, b) và (c, d) nằm trong cùng một tập hợp con nếu tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng với tỉ số $\frac{c}{d}$; tức là, nếu và chỉ nếu $ad = bc$ (Childs, 1995). Cách tiếp cận này có thể được tìm thấy trong thế kỉ XIX và thế kỉ XX. Bằng sự nỗ lực để phát triển một nền tảng toán học chặt chẽ, một số nhà toán học chuyển sang số học như là nguồn gốc cho nền tảng như vậy. Vào cuối thế kỉ XIX, Cantor phát triển lí thuyết tập hợp, mà cuối cùng dẫn đến việc hình thành các định nghĩa lí thuyết tập hợp về số hữu tỉ. Điều này rất rõ ràng trong phong trào "toán học mới" của những năm 60, dựa vào tác phẩm của Bourbaki.

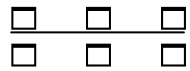
3. Các cách tiếp cận khái niệm phân số trong sách giáo khoa lớp 2, lớp 3 và lớp 4

Dạy học phân số ở tiểu học nhằm cung cấp cho học sinh một loại số mới, biểu diễn được thương đúng của hai số tự nhiên, cũng nhằm đáp ứng nhu cầu biểu diễn chính xác các số đo đại lượng trong đời sống thực tiễn. Phân số được chính thức đưa vào giảng dạy một cách tương đối đầy đủ ở chương trình Toán lớp 4. Dạy học phân số trong Toán 4 là sự tiếp nối mạch kiến thức về phân số ở lớp 2 và lớp 3, đồng thời làm cơ sở vững chắc để dạy học về phân số thập phân, hỗn số ở lớp 5. Từ đó, SGK hệ thống hóa và hoàn chỉnh toàn bộ nội dung dạy học phân số ở tiểu học, chuẩn bị cho dạy học số thập phân.

3.1. Cách tiếp cận phân số ở lớp 2 và lớp 3

Chương trình Toán 2 giới thiệu các phân số: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. Trong khi đó, SGK Toán 3 cho HS làm quen với các phân số đơn vị $\frac{1}{n}$ với $n \le 10$.

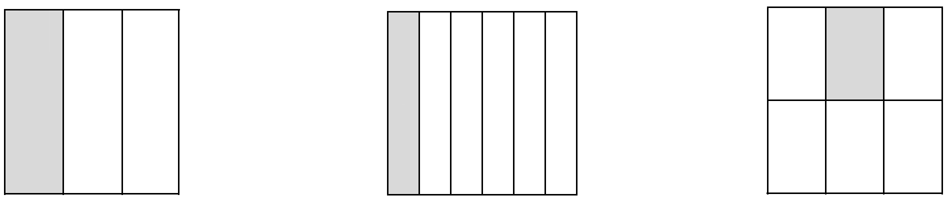
Trong bài "Phép chia", các tác giả SGK Toán 2 trình bày khái niệm "phần bằng nhau" của một đơn vị.



6 ô chia thành 2 phần bằng nhau, mỗi phần có 3 ô. Ở đây, người ta chỉ ngầm ẩn giới thiệu về khái niệm "phần bằng nhau" chứ không giới thiệu trực tiếp về phân số. SGK cũng đưa thêm nhiều bài tập theo kiểu tiếp cận so sánh số lượng của một bộ phận của tập so với toàn tập hợp đó. Chính vì lẽ đó, chúng ta có thể gọi tên cách tiếp cận này là "tiếp cận kiểu tập hợp".

Lớp 3 mang lại cho HS cách tiếp cận phân số đơn vị theo diện tích của một số hình cơ bản như hình vuông, hình chữ nhật. Các hình này được chia thành các phần bằng nhau, người ta tác động đến một số phần nào đó, từ đó làm nảy sinh khái niệm phân số. Chẳng hạn, một bài tập được đưa ra trong SGK Toán 3 như sau:

4 Đã tô vào $\frac{1}{6}$ hình nào?



Hình 1 ***Hình 2*** ***Hình 3***

Tóm lại, SGK Toán 2 và 3 chỉ đề cập đến các phân số đơn vị. Tuy nhiên, các tác giả không nêu tên phân số mà chỉ đề cập một cách ẩn tàng thông qua khái niệm “phần bằng nhau”. Phân số được xem như là “công cụ ngầm ẩn” để giải quyết dạng toán “Tìm một trong các phần bằng nhau của một số”.

3.2. Cách tiếp cận phân số trong SGK Toán 4

a) Cách hình thành khái niệm phân số trong SGK

SGK Toán 4 hình thành khái niệm phân số như sau:

Chia hình tròn thành 6 phần bằng nhau, tô màu vào 5 phần. Ta nói: Đã tô màu vào năm phần sáu hình tròn

Ta viết: $\frac{5}{6}$*, đọc là năm phần sáu.*

Ta gọi $\frac{5}{6}$ *là phân số. Phân số* $\frac{5}{6}$ *có tử số là 5, mẫu số là 6.*

Mẫu số là số tự nhiên viết dưới dấu gạch ngang. Mẫu số cho biết hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau. Tử số là số tự nhiên viết trên gạch ngang. Tử số cho biết 5 phần bằng nhau đã được tô màu.

SGK giới thiệu khái niệm phân số qua việc chia cái toàn thể thành b phần bằng nhau. Sau đó, lấy a phần trong tổng số b phần đó. Như vậy, có được phân số $\frac{a}{b}$.

Cách trình bày này phù hợp với cách tiếp cận dựa trên số phần của cái toàn thể trong lịch sử của phân số. SGK không đưa ra định nghĩa chính thức của phân số theo cách tiếp cận này. Ở đây, chúng tôi có thể phát biểu như sau: Phân số là cặp số thứ tự (a, b) trong đó a, b là các số tự nhiên và $b \neq 0$, b chỉ số phần bằng nhau mà đơn vị trọn vẹn được chia ra và a chỉ số phần bằng nhau đã lấy. Định nghĩa này được cụ thể như sau:

1 chia cho b, ta được $\frac{1}{b}$ (một phần b của đơn vị).

Tiếp đến, lấy a lần số hạng $\frac{1}{b}$, tức

$$\underbrace{\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\ldots+\frac{1}{b}}_{\text{a số hạng}}=\frac{a}{b}$$

Thêm vào đó, SGK còn nêu lên cách viết mẫu số, tử số và điều kiện của mẫu số thông qua nhận xét sau: *“Mỗi phân số có tử số và mẫu số”. Tử số là số tự nhiên viết trên gạch ngang. Mẫu số là số tự nhiên khác 0 viết dưới gạch ngang”.*

Ngoài ra, SGK Toán 4 còn tiếp cận phân số như là kết quả của phép chia của hai số tự nhiên mà số chia khác 0 thông qua bài “PHÂN SỐ VÀ PHÉP CHIA SỐ TỰ NHIÊN”:

“*Có 3 cái bánh, chia đều cho 4 em. Hỏi mỗi em được bao nhiêu phần của cái bánh”*. SGK trình bày: $3:4=\frac{3}{4}$.

Hoặc *“Có 5 cái bánh, chia đều cho 4 em. Hỏi mỗi em được bao nhiêu phần của cái bánh”*. SGK trình bày: $5:4=\frac{5}{4}$.

Đến đây, ta thấy được cách giới thiệu phân số có sự phối hợp của 2 cách mà đã được đề cập trước đó: xuất phát từ nhu cầu thực tế và nhu cầu của nội bộ toán học.

Nhu cầu thực tế ở chỗ: SGK đưa ra tình huống như trên có từ thực tiễn cuộc sống. Đó là kết quả của những phép chia không hết. Chứng tỏ, trong thực tế có những tình huống cho phép làm nảy sinh khái niệm số mới – phân số.

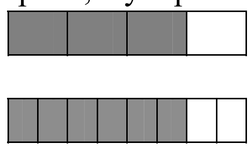
Nhu cầu nội bộ toán học ở chỗ: Khái niệm phân số ra đời cho phép thực hiện mọi phép chia thông qua nhận xét sau trong SGK: *"Thương của phép chia số tự nhiên cho số tự nhiên (khác 0) có thể viết thành một phân số, tử số là số bị chia và mẫu số là số chia"*. Ngầm ẩn sau đó, phân số ra đời còn có một ý nghĩa khác. Nó cho phép mọi phương trình đại số dạng $b \times x = a$ $(b \neq 0)$ luôn có nghiệm. Vậy phân số là thương của phép chia một số tự nhiên a cho số tự nhiên b, $b \neq 0$. Trên tập hợp số mới ($\mathbf{Q}^*$) phép chia số tự nhiên a cho số tự nhiên b, $b \neq 0$ luôn luôn thực hiện được (đóng kín đối với phép chia) và tập hợp $\mathbf{Q}^*$ chứa một bộ phận đẳng cấu với N.

Hơn nữa, cách tiếp cận phân số dựa trên phép chia tỏ ra hiệu quả hơn cách tiếp trước đó vì giới thiệu thêm phân số không thực sự (phân số tử số lớn hơn mẫu số).

Bên cạnh đó, tác giả cũng nêu lên mối quan hệ của một phần tử của tập **N** với tập số $\mathbf{Q}^*$: *"Mọi số tự nhiên có thể viết thành một phân số có tử số là số tự nhiên đó và có mẫu số bằng 1"*. Mối quan hệ này sẽ tỏ ra rất hữu dụng khi thực các phép tính sau này.

Tiếp đó, cần dạy HS tính chất cơ bản của phân số, SGK trình bày chủ đề: phân số bằng nhau. Kiến thức này rất cần thiết cho việc học quy đồng mẫu số các phân số, so sánh hai phân số, làm tính với các phân số. Phân số bằng nhau được tác giả giới thiệu qua mô hình trực quan:

Chia hai băng giấy bằng nhau. Băng giấy thứ nhất được chia thành 4 phần, lấy 3 phần. Băng giấy thứ hai được chia thành 8 phần, lấy 6 phần nhau.

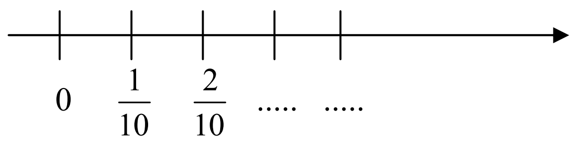


Ta được $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, với nhận xét rằng: $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$; $\frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$. Rút ra kết luận: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Bài "Phân số bằng nhau" đánh dấu cách tiếp cận phân số dựa trên lí thuyết tập hợp (đã được đề cập trong phần lịch sử) một cách không tường minh.

Chúng tôi nhận thấy SGK chưa đề cập cách tiếp cận bên dưới đây mà được nhắc đến rất nhiều khi dạy học số tự nhiên.

Viết tiếp phân số thích hợp vào chỗ chấm:



Cách tiếp cận này có thể được gọi là cách tiếp cận tia số. Nó có hiệu quả trong các bài tập so sánh các phân số. Ngoài ra, nó cho thấy tập hợp $\mathbf{Q}^*$ là tập hợp số trù mật, khác với tập hợp số rời rạc **N**, tức trên $[0, 1]$ không tồn tại số tự nhiên nào nhưng có rất nhiều phân số.

Ngoài ra, SGK còn đề xuất thêm cách tiếp cận tỉ số qua bài "Giới thiệu tỉ số":

"*Một đội xe có 5 xe tải và 7 xe khách.*

Ta nói: Tỉ số của số xe tải và số xe khách là 5:7 hay $\frac{5}{7}$.

Tỉ số của số xe khách và số xe tải là 7:5 hay $\frac{7}{5}$."

Giống như cách tiếp cận dựa trên phép chia, cách tiếp cận tỉ số cho phép giới thiệu cả hai loại phân số: phân số thực sự và phân số không thực sự. Tuy nhiên, đôi khi nó dẫn đến hiểu nhầm của HS không phân biệt được phân số và tỉ số.

Nhận xét:

Phân số được nghiên cứu ở lớp 2, lớp 3 ở góc độ ẩn tàng. Khi đó nó chỉ được xem như là "công cụ ngầm ẩn" để giải quyết các tình huống. Trong khi đó, ở lớp 4 phân số được nghiên cứu như là một "đối tượng" tường minh. HS chính thức được tìm hiểu nó qua cách hình thành khái niệm, nghiên cứu các tính chất cơ bản, các phép tính. Từ đó, phân số trở thành "công cụ tường minh" để giải quyết các kiểu nhiệm vụ có liên quan.

4. Kết luận

Những kết quả của việc phân tích ở trên cho thấy các tác giả SGK đã có sự chọn lựa đối với các cách tiếp cận khái niệm phân số. Phân số được tiếp cận trên tư tưởng số phần/cái toàn thể, theo phép chia hai số tự nhiên, tia số, tỉ số,… SGK cũng chuyển tải được sự cần thiết phải có phân số: xuất phát từ nhu cầu thực tế cuộc sống và nhu cầu của nội bộ toán học. Các cách tiếp cận khái niệm phân số trong lịch sử đã soi sáng được các cách tiếp của đối tượng này trong SGK Toán ở tiểu học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Vũ Quốc Chung (chủ biên) (2007), *Phương pháp dạy học Toán ở tiểu học,* Nxb Giáo dục, Nxb Đại học Sư phạm.
2. Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Vũ Dương Thụy, Vũ Quốc Chung (2004), *Giáo trình Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm.
3. Đỗ Đình Hoan (2006), *Toán 2, 3, 4,* Nxb Giáo dục, (SGK hiện hành).
4. Đỗ Đình Hoan (2006), *Toán 2, 3, 4,* Nxb Giáo dục, (SGV hiện hành).
5. Nguyễn Thanh Hưng (2008), *Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học,* Nxb Giáo dục.
6. Nguyễn Phú Lộc (2008), *Lịch sử toán học*, Nxb Giáo dục.
7. Đào Tam, Phạm Thanh Thông, Hoàng Bá Thịnh, *Thực hành phương pháp dạy học Toán ở tiểu học*, Nxb Đà Nẵng.
8. Phạm Đình Thực (2003), *Phương pháp dạy học Toán bậc tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 14-9-2011; ngày chấp nhận đăng: 04-10-2011)